



# MODEL STRUKTUR

Metode **Matriks** dengan

# SAP 2000



Model struktur yang dianalisis menggunakan metode matriks dengan SAP 2000 ini merupakan bentuk perbandingan yang akan menghasilkan selisih nilai dari kedua metode.

**Subaidillah Fansuri**  
**Sukma Arfianti Rukmana**

**UNIVERSITAS WIRARAJA MADURA**

GEDUNG REKTORAT LT. 2 RAYA SUMENEP – PAMEKASAN KM. 05 SUMENEP | WIRARAJA PRESS 2020



# MODEL STRUKTUR

Metode Matriks dengan

# SAP 2000



Model struktur yang dianalisis menggunakan metode matriks dengan SAP 2000 ini merupakan bentuk perbandingan yang akan menghasilkan selisih nilai dari kedua metode.

**Subaidillah Fansuri**  
**Sukma Arfianti Rukmana**

**UNIVERSITAS WIRARAJA MADURA**

GEDUNG REKTORAT LT. 2 RAYA SUMENEP – PAMEKASAN KM. 05 SUMENEP | WIRARAJA PRESS 2020

# Model Struktur Metode Matriks dengan SAP 2000

Penyusun :

Subaidillah Fansuri

Sukma Arfianti Rukmana

ISBN : 978 – 623 – 93078 – 6 – 8

Editor :

Norzainah

Hadi Sudarto

Sampul dan Tata letak

RB. Ahmad Alif Firmani

**PENERBIT : WIRARAJA PRESS**

Gedung Rektorat Lt 2 Jl. Raya Sumenep – Pamekasan KM. 05 Sumenep

Kotak Pos 69451

Telepon : (0328) 664 272

E-Mail : rektorat@wiraraja.ac.id

**Hak Cipta dilindungi Undang – Undang**

Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk dan dengan cara apapun, termasuk fotokopi, tanpa ijin tertulis dari penerbit.



## **KATA PENGANTAR**

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

Alhamdulillah, segala puji syukur ke hadirat Allah SWT, atas berkah, rahmat, taufik, dan hidayah-Nya, penulis dapat menyelesaikan buku ini dengan baik dan lancar.

Model struktur yang akan dianalisis menggunakan metode matriks dengan SAP 2000 ada 5 (lima) yaitu struktur balok sederhana, struktur kantilever, struktur balok kantilever, struktur portal dan struktur rangka. Analisis di buku ini diusahakan sederhana dan lengkap dengan contoh perhitungan.

Tulisan ini dilengkapi dengan grafik hasil perhitungan metode matriks dengan SAP 2000 yang diharapkan dapat digunakan sebagai acuan oleh para mahasiswa teknik sipil dan praktisi teknis, dan juga masyarakat umum dalam memilih metode perhitungan untuk merencanakan struktur bangunan baik menggunakan metode manual maupun menggunakan aplikasi.

Akhir kata kepada rekan-rekan yang terlibat dalam proses penyelesaian tulisan ini saya sampaikan banyak terimakasih.

Sumenep, Agustus 2020

Penulis

## DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR TABEL.....	vi
DAFTAR GAMBAR.....	vii
DAFTAR NOTASI.....	ix
BAB I.....	1
PENDAHULUAN.....	1
1.1 Model Struktur.....	1
1.1.1 Struktur Balok Sederhana.....	1
1.1.2 Struktur Kantilever.....	1
1.1.3 Struktur Balok Kantilever.....	1
1.1.4 Struktur Portal.....	2
1.1.5 Struktur Rangka.....	2
1.2 Metode Matriks.....	3
1.2.1 Metode Kekakuan.....	4
1.2.2 Derajat ketidak-tentuan kinematis.....	5
1.3 Program SAP2000.....	13
1.3.1 Sejarah SAP2000.....	13
1.3.2 Prosedur dan Pengoprasian SAP2000.....	13
BAB II.....	18
ANALISIS METODE MATRIKS DENGAN SAP 2000.....	18
2.1 Analisis Struktur Balok Metode Matriks.....	18
2.2 Analisis Struktur Kantilever Metode Matriks.....	21
2.3 Analisis Struktur Balok Kantilever Metode Matriks.....	23
2.4 Analisis Struktur Portal Metode Matriks.....	26
2.5 Analisis Struktur Rangka Metode Matriks.....	33
2.6 Analisis Pemodelan Balok Struktur menggunakan SAP 2000.....	42
2.6.1 Pemodelan Balok Struktur.....	42
2.6.2 Pemodelan Tumpuan.....	43
2.6.3 Pemodelan Beban Pada Balok.....	43
2.6.4 Output Momen Pada Balok.....	43
2.7 Analisis Pemodelan Struktur Portal menggunakan SAP 2000.....	44
2.7.1 Pemodelan Tumpuan.....	45

2.7.2 Pemodelan Beban Pada Portal .....	45
2.7.3 Output Momen Pada Portal.....	45
2.8 Analisis Pemodelan Struktur Rangka menggunakan SAP 2000.....	46
2.8.1 Pemodelan Tumpuan .....	47
2.8.2 Pemodelan Beban Pada Rangka.....	47
2.8.3 Output Momen Pada Rangka .....	48
2.9 Analisis Pemodelan Struktur Balok Kantilever menggunakan SAP 2000.....	48
2.9.1 Pemodelan Tumpuan .....	49
2.9.2 Pemodelan Beban Pada Balok dan Kantilever.....	49
2.9.3 Output Momen Pada Balok dan Kantilever .....	50
2.10 Analisis Pemodelan Struktur Kantilever menggunakan SAP 2000 .....	50
2.10.1 Pemodelan Tumpuan .....	51
2.10.2 Pemodelan Beban Pada Kantilever .....	51
2.10.3 Output Momen Pada Kantilever .....	51
<b>BAB III.....</b>	<b>53</b>
<b>PENUTUP .....</b>	<b>53</b>
3.1 Kesimpulan.....	53
3.2 Saran.....	53
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>54</b>

## DAFTAR TABEL

Tabel 1.1 Jumlah Lendutan Translasi dan Rotasi .....	6
Tabel 1.2 Derajat Ketidak-Tentuan Kinematis Dari Struktur .....	7
Tabel 2.1 Perbandingan Hasil Perhitungan Matriks Dan Sap 2000 Pada balok Struktur .....	44
Tabel 2.2 Perbandingan Hasil Perhitungan Matriks Dan Sap 2000 Pada Struktur Portal .....	46
Tabel 2.3 Perbandingan Hasil Perhitungan Matriks dan SAP2000 Pada Struktur Portal .....	48
Tabel 2.4 Perbandingan Hasil Perhitungan Matriks dan SAP 2000 pada Struktur Balok Kantilever .....	50
Tabel 2.5 Perbandingan Hasil Perhitungan Matriks dan SAP 2000 pada Struktur Kantilever	52



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Struktur Balok Sederhana.....	1
Gambar 1.2 Struktur Kantilever .....	1
Gambar 1.3 Struktur Balok Kantilever .....	2
Gambar 1.4 Struktur Portal .....	2
Gambar 1.5 Struktur Rangka.....	2
Gambar 1.6 Tampilan Pemilihan Model Struktur .....	14
Gambar 1.7 Tampilan Pemilihan Tumpuan .....	14
Gambar 1.8 Tampilan Pemberian Beban Pada Beban Merata .....	15
Gambar 1.9 Tampilan Pemberian Beban Pada Beban Terpusat .....	15
Gambar 1.10 Tampilan Untuk Memunculkan Defleksi .....	16
Gambar 1.11 Tampilan Icon Show Forces/Stressed .....	16
Gambar 1.12 Tampilan Untuk Memunculkan Diagram Gaya Geser Atau Diagram Momen .....	17
Gambar 1.13 Tampilan Gaya Geser, Momen Dan Lendutan Maksimum .....	17
Gambar 2.1 Balok Yang Akan Dianalisa .....	18
Gambar 2.2 Struktur Dasar Yang Dikekang .....	18
Gambar 2.3 Momen Primer.....	18
Gambar 2.4 Derajat Ketidak Tentuan Kinematis : 1 .....	18
Gambar 2.5 Gaya Luar Ekuivalen Dititik Diskrit Yang Koresponding Dengan Lendutan $D_1$ .	18
Gambar 2.6 Diberikan $D_1 = 1$ Satuan 1 .....	19
Gambar 2.7 Diagram H-D.....	19
Gambar 2.8 Diagram Keseimbangan .....	19
Gambar 2.9 Distribusi Gaya Dalam .....	21
Gambar 2.10 Kantilever Yang Akan Dianalisa.....	21
Gambar 2.11 Struktur Dasar Yang Dikekang .....	21
Gambar 2.12 Derajat Ketidak Tentuan Kinematis : 2 .....	21
Gambar 2.13 Diberikan $D_1 = 1$ Satuan 1 .....	21
Gambar 2.14 Diagram H-D.....	22
Gambar 2.15 Diagram Keseimbangan .....	22
Gambar 2.16 Distribusi Gaya Dalam .....	23
Gambar 2.17 Balok Kantilever Yang Akan Dianalisa .....	24
Gambar 2.18 Struktur Dasar Yang Dikekang .....	24
Gambar 2.19 Momen Primer.....	24
Gambar 2.20 Derajat Ketidak Tentuan Kinematis : 1 .....	24
Gambar 2.21 Gaya Luar Ekuivalen Dititik Diskrit Yang Koresponding Dengan Lendutan $D_1$	24
Gambar 2.22 Diberikan $D_1 = 1$ Satuan .....	24
Gambar 2.23 Diagram H-D.....	24
Gambar 2.24 Diagram Keseimbangan .....	25
Gambar 2.26 Kontruksi Yang Akan Dianalisa.....	27
Gambar 2.27 Struktur Dasar Yang Dikekang .....	27
Gambar 2.28 Momen Primer.....	28
Gambar 2.29 Derajat Ketidak Tentuan Kinematis : 2 .....	28
Gambar 2.30 Gaya Ekuivalen Dititik Diskrit Yang Koresponding Dengan Lendutan $D$ .....	28
Gambar 2.31 Diberikan $D_1 = 1$ Satuan.....	29
Gambar 2.32 Diberikan $D_2 = 1$ Satuan.....	29
Gambar 2.33 Diagram H-D.....	30

Gambar 2.34 Diagram Kesetimbangan .....	30
Gambar 2.35 Rangka Batang Yang Akan Dianalisa .....	33
Gambar 2.36 Struktur Dasar Yang Dikekang .....	34
Gambar 2.37 Derajat Ketidaktentuan Kinematis : 4 .....	34
Gambar 2.38 Vektor Gaya Luar Yang Koresponding Dengan Lemdutan D .....	34
Gambar 2.39 Diberikan $D_1 = 1$ Satuan .....	34
Gambar 2.40 Diberikan $D_2 = 1$ Satuan .....	35
Gambar 2.41 Diberikan $D_3 = 1$ Satuan .....	35
Gambar 2.41 Diberikan $D_3 = 1$ Satuan .....	35
Gambar 2.43 Diagram H-D .....	35
Gambar 2.44 Batang Yang Menderita Gaya Normal H Dan Mengalami Deformasi Axial D .....	37
Gambar 2.45 <i>Frame Section</i> Balok .....	42
Gambar 2.46 Pemodelan Tumpuan Pada Baik .....	43
Gambar 2.47 Pemodelan Beban Merata .....	43
Gambar 2.48 Gaya Momen .....	43
Gambar 2.49 <i>Frame Section</i> Balok & Kolom .....	44
Gambar 2.50 Pemodelan Tumpuan Pada Portal .....	45
Gambar 2.51 Pemodelan Beban Pada Portal .....	45
Gambar 2.52 Gaya Momen .....	46
Gambar 2.53 <i>Frame Section</i> Rangka .....	47
Gambar 2.54 Pemodelan Tumpuan Pada Rangka .....	47
Gambar 2.55 Pemodelan Beban Pada Rangka .....	47
Gambar 2.56 Gaya Normal .....	48
Gambar 2.57 <i>Frame Section</i> Balok Dan Kantiliver .....	49
Gambar 2.58 Pemodelan Tumpuan Pada Balok Dan Kantilever .....	49
Gambar 2.59 Pemodelan Beban Merata Dan Beban Terpusat .....	49
Gambar 2.60 Gaya Momen .....	50
Gambar 2.61 <i>Frame Section</i> Kantiliver .....	51
Gambar 2.62 Pemodelan Tumpuan Pada Kantiliver .....	51
Gambar 2.63 Pemodelan Beban Merata .....	51
Gambar 2.64 Gaya Momen .....	52

## DAFTAR NOTASI

$[ ]$	= Matriks
$[A]^T$	= Transpose Matriks $[A]$
$[A]^*$	= Conjugate dari $[A]$
$[A]^{-1}$	= Invers dari $[A]$
$\{D\}$	= Lendutan pada titik diskrit
$[K]$	= Matriks Kekakuan Struktur
$\{Q\}$	= Gaya-gaya yang bekerja pada titik diskrit
$[A]$	= Matriks Deformasi
$[B]$	= Matriks Statis
$\{d\}$	= Deformasi dari elemen struktur
$\{H\}$	= Gaya dalam elemen
$[S]$	= Matriks kekokohan intern elemen



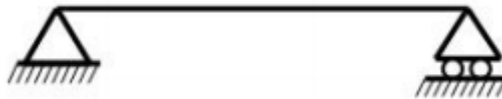
# BAB I PENDAHULUAN

## 1.1 Model Struktur

Struktur merupakan sebuah sistem, artinya gabungan atau rangkaian dari berbagai macam elemen-elemen yang dirakit sedemikian rupa sehingga menjadi satu kesatuan yang utuh. Sedangkan model struktur merupakan macam-macam bentuk desain elemen struktur. Ada berbagai macam model struktur, tetapi model struktur yang akan dianalisis ada 5 (lima) yaitu struktur balok sederhana, struktur kantilever, struktur balok kantilever, struktur portal dan struktur rangka.

### 1.1.1 Struktur Balok Sederhana

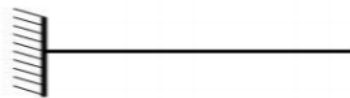
Balok sederhana (simple beam) adalah sebuah batang yang ditumpu pada kedua ujungnya masing-masing dengan sebuah sendi dan Akibat beban yang bekerja pada balok sederhana akan timbul reaksi tumpuan yaitu 2 reaksi pada tumpuan sendi dan 1 reaksi pada tumpuan rol. Berikut gambar struktur balok sederhana dimana pada ujung satunya merupakan sendi dan ujung satunya menggunakan rol.



Gambar 1.1 Struktur Balok Sederhana

### 1.1.2 Struktur Kantilever

Struktur kantilever adalah struktur dimana salah satu ujungnya dijepit dan ujung lainnya bebas yang batas kekuatannya adalah batas terbesar ukuran bangunan dimana perhitungan dan pemilihan material yang digunakan adalah material yang kaku.

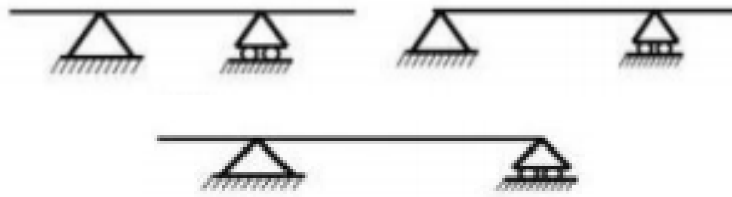


Gambar 1.2 Struktur Kantilever

Gambar 1.2 menggambarkan bentuk struktur kantilever dimana salah satu ujungnya dijepit dan ujung lainnya bebas.

### 1.1.3 Struktur Balok Kantilever

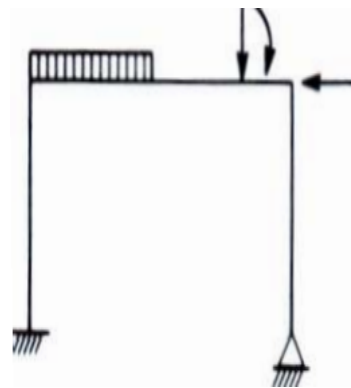
Struktur Balok kantilever merupakan gabungan antara struktur balok dengan struktur kantilver. Dimana pada struktur balok terdapat dua penjepit tetapi salah satu atau kedua ujungnya menggantung.



Gambar 1.3 Struktur Balok Kantilever

#### 1.1.4 Struktur Portal

Struktur Portal merupakan konstruksi bangunan petak dimana ujung-ujungnya bersifat kokoh dan kaku, sehingga dapat menahan gaya tekan, tarik, geser dan momen. Batang-batangnya terdiri atas balok dan kolom yang diperhitungkan untuk menahan gaya tekan, tarik dan momen.

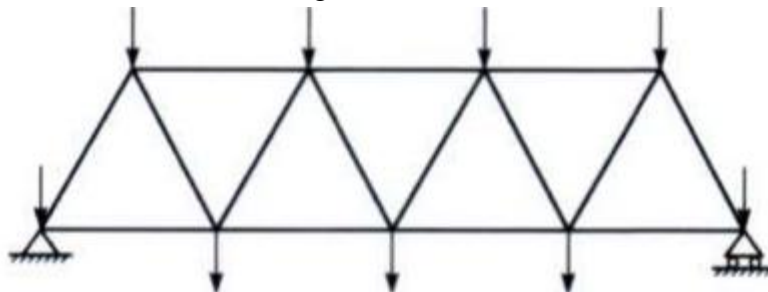


Gambar 1.4 Struktur Portal

#### 1.1.5 Struktur Rangka

Struktur rangka adalah struktur yang terdiri atas elemen-elemen linear, umumnya balok dan kolom yang saling berhubungan (Schodek,1998:362).

Struktur rangka merupakan susunan (rakitan) struktural dari semua jenis bagian struktur: bagian-bagian struktur dua-gaya, dan elemen-elemen struktur yang dibebani secara transversal seperti balok-balok dan elemen-elemen struktur yang dibebani secara transversal seperti balok-balok dan elemen-elemen struktur yang terbentuk tak teratur (Dishongh,2003:76).



Gambar 1.5 Struktur Rangka

## 1.2 Metode Matriks

Metode Matriks adalah suatu pemikiran baru pada analisa struktur, yang berkembang bersamaan dengan makin populernya penggunaan komputer otomatis untuk operasi-operasi perhitungan aritmatika (Supartono dan Teddy Boen, 1980).

Analisa struktur dengan metode matriks telah memberikan kemungkinan-kemungkinan bagi proses idealisasi ini. Seperti diketahui, suatu hal yang utama yang berhubungan dengan proses dari perencanaan struktur ialah menganalisa apa akibat dari pembebanan gaya-gaya pada konstruksi yang ditinjau. Tingkah laku dari konstruksi ini pada umumnya berhubungan sangat erat dengan perubahan stress dan strain yang terjadi padanya. Resultante stress ini bisa dalam bentuk gaya dalam, yaitu momen lentur, gaya lintang, gaya normal. momen torsi, sedangkan strain bisa menyatakan deformasi yang terjadi pada konstruksi.

Menganalisa perubahan bentuk ini, perhatian akan lebih baik dipusatkan pada lendutan linier atau anguler yang terjadi pada titik-titik diskrit ( titik-titik putus ) dari konstruksi. Dengan demikian yang perlu untuk dianalisa mula pertama ialah sifat dan tingkah laku dari elemen-elemennya bila dibebani oleh gaya-gaya. Di sini bisa didapatkan keuntungan bahwa hasil analisa satu elemen, dapat dipakai untuk elemen-elemen lain yang sejenis. Kemudian digabungkan sifat-sifat dari elemen itu dalam satu model matematik dari konstruksi, dan menyatakannya dalam suatu kondisi yang tergabung, di mana dalam hal ini syarat kompatibiliti dari segi geometrik konstruksi harus sudah dipenuhi. Di samping itu, syarat kesetimbangan statis harus juga terpenuhi, baik dipandang dari segi seluruh konstruksi maupun untuk masing-masing elemen. Setiap elemen dari konstruksi harus berada dalam kesetimbangan sebagai akibat dari semua gaya yang bekerja padanya, baik itu beban-beban luar atau gaya reaksi, maupun juga gaya-gaya yang datang dari elemen-elemen tetangganya. Bila proses ini sudah diselesaikan, maka tingkah laku dari konstruksi keseluruhan yang disebabkan oleh bekerjanya gaya-gaya luar akan bisa ditentukan.

Demikian dapat disimpulkan di sini, bahwa hal yang utama dalam analisa struktur untuk menentukan baik itu deformasi ataupun stress yang terjadi pada struktur, ialah sampai sejauh mana sudah diketahui sifat karakteristik hubungan gaya dan deformasi dari elemen-elemen struktur, dan memaksakan terpenuhinya semua syarat kompatibiliti dan kesetimbangan. Jadi, tiga hal mendasari analisa ini. yaitu:

1. Kesetimbangan
2. Hubungan stress dan strain, atau gaya dalam dan deformasi
3. Kompatibiliti, atau kontinuitas dari deformasi.

Dalam analisa matriks ini, dikenal dua cara, yaitu :

1. Metode kekakuan (stiffness method, atau displacement method)
2. Metode fleksibilitas (flexibility method, atau force method).

Dari kedua metode ini, penulis akan menganalisis matriks dengan cara metode kekakuan saja.

### 1.2.1 Metode Kekakuan

Metode kekakuan ini sebenarnya dicari hubungan gaya dengan lendutan, atau dinyatakan secara sistematis :

$$\{Q\} = [K] \cdot \{D\} \dots \dots \dots (1.1)$$

Keterangan :

$\{Q\}$  = menyatakan gaya-gaya yang timbul pada titik-titik diskrit akibat diberikannya lendutan  $\{D\}$  pada titik-titik tersebut.

$[K]$  = menyatakan kekakuan dari struktur.

Secara garis besarnya urutan kerjanya adalah sebagai berikut :

1. Kompatibiliti : yaitu mencari hubungan antara deformasi dengan lendutan, atau secara tegasnya mencari deformasi apa yang terjadi pada elemen-elemen dititik-titik diskrit akibat diberikannya lendutan pada struktur akibat diberikannya.
2. Persamaan hubungan stress dan strain, yaitu mencari hubungan mengenai gaya-gaya dalam yang timbul sebagai akibat adanya deformasi pada elemen-elemen struktur tersebut.
3. Kesetimbangan : langkah terakhir yang menyatakan hubungan gaya luar dititik diskrit dengan gaya-gaya dalam, atau mencari berapa besar gaya luar diujung elemen yang tepat diimbangi oleh gaya-gaya dalam elemen dititik diskrit.

Perlu kiranya ditambahkan disini, karena metode kekakuan ini analisisnya dimulai dengan lendutan, kemudian mencari hubungan pada gaya-gaya yang timbul dititik-titik diskrit, maka akan sangat menguntungkan untuk memakai metode ini menganalisa suatu konstruksi dimana ketidak-tentuan kinematisnya (yang berhubungan erat dengan derajat kebebasan atau degree of freedom) adalah lebih kecil bila dibandingkan dengan ketidak tentuan statisnya. Dengan demikian, konstruksi-konstruksi statis tak tentu yang sering dijumpai pada umumnya, akan lebih menguntungkan bila dianalisa dengan metode kekakuan ini, karena umumnya konstruksi-konstruksi ini mempunyai derajat ketidak tentuan statis yang besar.

Berhubung dengan hakekat dari metode kekakuan ini, maka analisa struktur akan selalu dimulai dengan memberikan pada struktur bersangkutan beberapa besaran “anu” yang dalam hal ini.

ialah merupakan lendutan pada titik diskrit sebagai besaran yang harus dicari. Sesuai dengan tahapan-tahapan, maka dalam proses analisa tersebut akan mengenal beberapa matriks yang penting sebagai berikut :

#### 1. Matriks Deformasi $[A]$

suatu matriks yang menyatakan hubungan kompatibiliti, atau hubungan deformasi dan lendutan :

$$\{d\} = [A] \{D\} \dots \dots \dots (1.2)$$



dimana :

{d} = menyatakan deformasi dari elemen struktur

[A] = adalah matriks deformasi

{D} = menyatakan lendutan di titik diskrit

## 2. Matriks kekakuan intern elemen [S]

suatu matriks yang memenuhi "Hukum Hooke" dalam mana dinyatakan hubungan antara gaya dalam dan deformasi.

$$\{H\} = [S] \{d\} \dots\dots\dots (1.3)$$

dimana :

{H} = menyatakan gaya dalam elemen

[S] = adalah matriks kekakuan intern elemen

{d} = menyatakan deformasi elemen

## 3. Matriks statis [B]

suatu matriks yang menyatakan kesetimbangan, antara gaya luar dan gaya dalam :

$$\{Q\} = [B] \{H\} \dots\dots\dots (1.4)$$

dimana :

{Q} = menyatakan gaya luar yang bekerja di titik diskrit

[B] = adalah matriks statis

{H} = menyatakan gaya dalam elemen

Bila ketiga matriks diatas digabungkan, maka akan didapat hubungan :

$$\{Q\} = [B] \{H\}$$

$$\{Q\} = [B] ( [S] \{d\} ) \dots\dots\dots(1.5)$$

$$\{Q\} = [B] [S] ( [A] \{d\} ) \dots\dots\dots (1.6)$$

$$\{Q\} = [B] [S] [A] \{D\} \dots\dots\dots (1.7)$$

$$\{Q\} = [K] \{D\} \dots\dots\dots(1.8)$$

Persamaan (1.8) merupakan persamaan inti dari metode kekakuan ini, dimana [K] adalah matriks kekakuan struktur, dengan pengertian:

$$[K] = [B] [S] [A] \dots\dots\dots (1.9)$$

Jadi salah satu tujuan terminal yang penting dalam proses analisa ini ialah dapat menurunkan matriks kekakuan struktur [K] menurut persamaan (1.9). Selanjutnya akan mudah di capai tujuan akhir, yaitu analisa lendutan dan gaya dalam elemen.

### 1.2.2 Derajat ketidak-tentuan kinematis

Analisa akan dimulai dengan mengambil lendutan dititik-titik diskrit sebagai sasaran yang harus dihitung. Untuk mengetahui dimana harus "dipasang" besaran lendutan yang akan dicari tersebut, maka harus diketahui dahulu berapa derajat ketidak-tentuan kinematis atau derajat kebebasan (degree of freedom) dari struktur.

Derajat ketidak-tentuan kinematis ialah suatu besaran yang menyatakan jumlah komponen bebas dari lendutan titik diskrit yang mungkin terjadi yang berhubungan dengan diberikannya suatu pembebanan pada struktur. Pada struktur dengan titik hubung kaku, pada titik diskrit umumnya timbul :

Tabel 1.1 Jumlah lendutan translasi dan rotasi

Tabel 1.1 Jumlah Lendutan Translasi dan Rotasi

Konstruksi	Jumlah lendutan translasi	Jumlah lendutan rotasi
Bidang	Dua komponen saling tegak lurus	Satu komponen anguler
Ruang	Tiga komponen saling tegak lurus	Tiga komponen anguler

Rangka batang dengan sambungan engsel (titik hubung tidak kaku), maka komponen rotasi dengan sendirinya tidak ada. Suatu struktur dengan derajat ketidak-tentuan kinematis sama dengan nol juga disebut kinematis tertentu. Rumus umum yang menyatakan jumlah derajat ketidak tentuan kinematis pada struktur yaitu :

$$D = nt + nr \qquad nt = 2k - b - \sum p \cdot r_j \qquad nr = k - \sum p \cdot r_j$$

Keterangan :

D = Jumlah derajat ketidaktentuan kinematis

nt = Jumlah translasi linear, nr = Jumlah rotasi

k = Jumlah titik tumpul (termasuk perletakan)



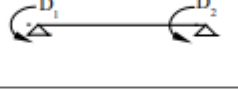
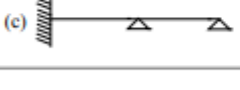
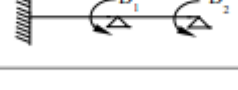

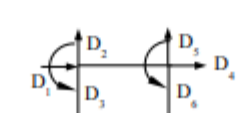

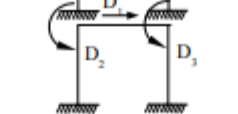

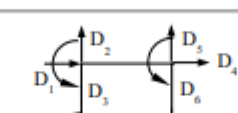

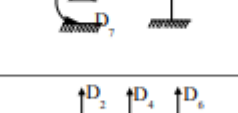
p = Jumlah perletakan, b = Jumlah batang

r<sub>j</sub> = Koefisien lendutan, misalnya :

- Untuk perletakan jepit → translasi 2 dan rotasi 1
- Untuk perletakan sendi → translasi 2 dan rotasi 0
- Untuk perletakan rol → translasi 1 dan rotasi 0

Dibawah ini diberikan beberapa macam struktur bidang yang akan ditunjukkan berapa derajat ketidak-tentuan kinematisnya.

Tabel 2 1.2 Derajat Ketidak-Tentuan Kinematis Dari Struktur

Struktur	Komponen bebas dari lendutan dititik pertemuan	Derajat ketidak-tentuan kinematis
(a) 		0
(b) 		2
(c) 		2
(d) 		6
(e) 		3 ( deformasi axial dari Elemen diabaikan)
(f) 		7
(g) 		12

Berikut akan dijelaskan secara mendetail urutan analisa dari suatu konstruksi bidang dengan mendasarkan pada metode kekakuan.



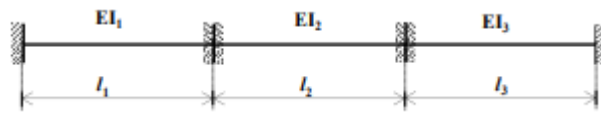
(a) konstruksi statis tak tentu dengan pembebanan gaya-gaya



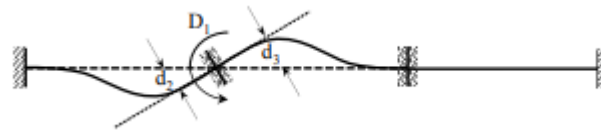
(b) derajat ketidak-tentuan kinematis : 3



(c) diagram gaya luar ekuivalen  $Q$  yang koresponding dengan lendutan  $D$ , pengganti dari sistem pembebanan pada gambar (a)



(d) struktur dasar yang merupakan struktur yang dikekang



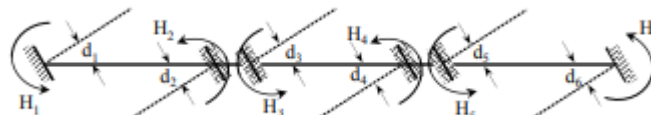
(e) diberikan  $D_1 = 1$  satuan



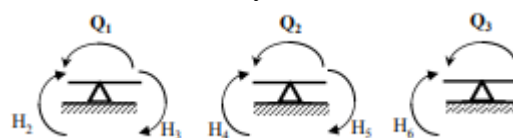
(f) diberikan  $D_2 = 1$  satuan



(g) diberikan  $D_3 = 1$  satuan



(h) diagram H-d dimana  $H$  merupakan reaksi elemen yang dikekang terhadap diberikannya deformasi (d)



(i) diagram kesetimbangan

Langkah pertama ialah menyelidiki kompatibility dari struktur dengan jalan memberikan berturut-turut lendutan  $D_1=1$ ,  $D_2=1$ , dan  $D_3=1$  (gambar e, f dan g), jadi  $d_2 = d_3 = D_1$ ,  $d_4 = d_5 = D_2$ ,  $d_6 = D_3$ ,  $d_1 = 0$

Atau disusun secara matematis :

$$\begin{aligned}
 d_1 &= \vdots & 0 & \vdots \\
 d_2 &= D_1 & \vdots & \vdots \\
 d_3 &= D_1 & \vdots & \vdots \\
 d_4 &= \vdots & D_2 & \vdots \\
 d_5 &= \vdots & D_2 & \vdots \\
 d_6 &= \vdots & \vdots & D_3
 \end{aligned}$$

Bila dinyatakan dalam hubungan matriks :

$$\begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(1.10)$$

Atau :  $\{d\} = [A] \{D\} \dots\dots\dots(1.11)$

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow d_1 \\ \leftarrow d_2 \\ \leftarrow d_3 \\ \leftarrow d_4 \\ \leftarrow d_5 \\ \leftarrow d_6 \end{array} \dots\dots\dots(1.12)$$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ D_1 = 1 & D_2 = 1 & D_3 = 1 \end{array}$$

Langkah kedua menyelidiki hubungan gaya dalam dan deformasi dengan melihat tiap-tiap elemen sebagai bagian yang diskrit (gambar h) :

$$\begin{aligned}
 d_1 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{H_1 L_1}{EI_1} - \frac{1}{6} \cdot \frac{H_2 L_1}{EI_1} \\
 d_2 &= -\frac{1}{6} \cdot \frac{H_1 L_1}{EI_1} + \frac{1}{3} \cdot \frac{H_2 L_1}{EI_1} \dots\dots\dots(1.13)
 \end{aligned}$$

dimana :

d menyatakan deformasi yang terjadi diujung elemen.

H menyatakan gaya dalam yang ada diujung elemen, Dalam hal ini momen lentur.

Sebenarnya persamaan (1.13) ini sudah bukan hal yang asing lagi. Karena sudah sering dijumpai dalam analisa struktur dengan metode perputaran sudut (slope deflection method).

Bila pers. (1.13) diinverskan. akan didapat:

$$\begin{aligned}
 H_1 &= \frac{4EI_1}{L_1} \cdot d_1 + \frac{2EI_1}{L_1} d_2 \\
 H_2 &= \frac{2EI_1}{L_1} \cdot d_1 + \frac{4EI_1}{L_1} d_2 \quad \dots\dots\dots(1.14)
 \end{aligned}$$

Analogi dengan pers. (1.14) akan didapatkan hubungan

$$\begin{aligned}
 H_3 &= \frac{4EI_2}{L_2} \cdot d_3 + \frac{2EI_2}{L_2} d_4 \\
 H_4 &= \frac{2EI_2}{L_2} \cdot d_3 + \frac{4EI_2}{L_2} d_4 \quad \dots\dots\dots(1.15)
 \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
 H_5 &= \frac{4EI_3}{L_3} \cdot d_5 + \frac{2EI_3}{L_3} d_6 \\
 H_6 &= \frac{2EI_3}{L_3} \cdot d_5 + \frac{4EI_3}{L_3} d_6 \quad \dots\dots\dots(1.16)
 \end{aligned}$$

Bila hubungan ini dinyatakan dalam bentuk matriks

$$\begin{Bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4EI_1}{L_1} & \frac{2EI_1}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2EI_1}{L_1} & \frac{4EI_1}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4EI_2}{L_2} & \frac{2EI_2}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2EI_2}{L_2} & \frac{4EI_2}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_3}{L_3} & \frac{2EI_3}{L_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_3}{L_3} & \frac{4EI_3}{L_3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{Bmatrix}$$

atau :  $\{H\} = [S] \{d\} \dots\dots\dots(1.17)$

dimana Matriks [S]:

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{4EI_1}{L_1} & \frac{2EI_1}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2EI_1}{L_1} & \frac{4EI_1}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4EI_2}{L_2} & \frac{2EI_2}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2EI_2}{L_2} & \frac{4EI_2}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_3}{L_3} & \frac{2EI_3}{L_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_3}{L_3} & \frac{4EI_3}{L_3} \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow H_1 \\ \leftarrow H_2 \\ \leftarrow H_3 \\ \leftarrow H_4 \\ \leftarrow H_5 \\ \leftarrow H_6 \end{matrix}$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$

$$d_1 = 1 \quad d_2 = 1 \quad d_3 = 1 \quad d_4 = 1 \quad d_5 = 1 \quad d_6 = 1$$

Jadi sebenarnya matriks [S] ialah suatu matriks yang menyatakan berapa besar gaya dalam {H} yang timbul diujung elemen bila titik-titik tersebut diberikan satu satuan deformasi {d}.

Langkah ketiga, menyelidiki tentang kesetimbangan gaya luar dan gaya dalam.

Melihat gambar (i) :

$$Q_1 = H_2 + H_3$$

$$Q_2 = H_4 + H_5 \quad \dots\dots\dots(1.18)$$

$$Q_3 = H_6$$

Bila dinyatakan secara matriks :

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots(1.19)$$

$$\text{Atau : } \{Q\} = [B] \{H\} \quad \dots\dots\dots(1.20)$$

dimana,

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow Q_1 \\ \leftarrow Q_2 \\ \leftarrow Q_3 \end{matrix}$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$   
 $H_1 \quad H_2 \quad H_3 \quad H_4 \quad H_5 \quad H_6$

Satu tujuan terminal, ialah mendapatkan hubungan :

$$\{Q\} = [K] \{D\} \dots\dots\dots(1.21)$$

Dimana menurut persamaan (1.8) dapat dinyatakan :

$$[K] = [B] [S] [A] \dots\dots\dots(1.22)$$

Untuk mendapatkan lendutan, maka persamaan (1.22) dapat diinverskan sebagai:

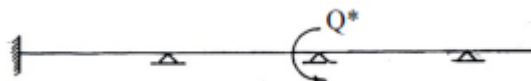
$$\{D\} = [K]^{-1} \{Q\} \dots\dots\dots(1.24)$$

Dimana  $\{Q\}$  menyatakan gaya-gaya luar yang bekerja dititik-titik diskrit  $\{D\}$  menyatakan lendutan dititik bersangkutan yang koresponding dengan gaya  $\{Q\}$ .

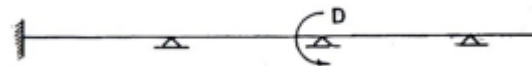
Dari persamaan (1.11) dan (1.21) ternyata didapatkan :

$$[B] = [A]^T \dots\dots\dots(1.25)$$

Persamaan (1.25) ini dapat dibuktikan dengan prinsip kerja virtuil.



(a) gaya luar virtuil



(b) lendutan aktuil

Misalnya pada konstruksi yang sedang dibahas tersebut dikerjakan gaya virtuil  $Q^*$  (gambar (a)) sehingga timbul gaya dalam  $H^*$  pada elemennya, maka dari prinsip kerja virtuil akan didapatkan hubungan (dinyatakan dalam perkalian matriks) :

$$\{Q^*\}^T \{D\} = \{H^*\}^T \{d\} \dots\dots\dots(1.26)$$

Dengan melihat :

$$\{d\} = [A] \{D\} \dots\dots\dots(1.27)$$

dan  $\{Q^*\} = [B] \{H^*\} \dots\dots\dots(1.28)$

atau  $\{Q^*\}^T = \{H^*\}^T [B]^T \dots\dots\dots(1.29)$

maka persamaan (2.26) bisa dituliskan :

$$\{H^*\}^T [B]^T \{D\} = \{H^*\}^T [A] \{D\} \dots\dots\dots(1.30)$$

Bila disederhanakan, akan memberikan :

$$[B]^T = [A] \dots\dots\dots(1.31)$$

atau  $[B] = [A]^T \dots\dots\dots(1.32)$

Dengan demikian persamaan (1.23) akan bisa dituliskan :

$$[K] = [A]^T [S] [A] \dots\dots\dots(1.33)$$

Dengan demikian persamaan (1.8) telah dipermudahkan, yaitu untuk menurunkan matriks kekakuan  $[K]$ , cukup hanya menurunkan dua matriks pembentuknya, yaitu matriks deformasi  $[A]$  dan matiks kekakuan intern elemen  $[S]$ .

Untuk menghitung gaya dalam, digunakan hubungan :

$$\{H\} = [S] \{d\} \dots\dots\dots(1.34)$$

atau  $\{H\} = [S] [A] \{D\} \dots\dots\dots(1.35)$



dimana  $\{D\}$  ialah matriks lendutan titik diskrit yang diperoleh dari perhitungan berdasarkan persamaan (2.34).

### 1.3 Program SAP2000

Software SAP 2000 adalah program analisis struktur yang sudah diintegrasikan dengan program desain struktur. Keistimewaan program canggih ini adalah dapat menganalisis struktur ruang, di mana hal ini membedakan dengan analisis struktur konvensional yang hanya mampu menganalisis struktur bidang saja. Yang dahulu mungkin desain struktur harus dilakukan dalam bentuk team work dan memakan waktu lama, sekarang dapat dilakukan dengan cepat secara individual dimana pemakai menggambar geometris struktur, memasukkan beban, mengklik analisis, dilanjutkan dengan mengklik design untuk menghitung tulangan apabila elemen sebagai elemen frame.

#### 1.3.1 Sejarah SAP2000

SAP adalah singkatan dari *Structural Analysis Programs* (Program Analisis Struktur) atau dalam istilah lama disebut Program Mekanika Teknik, yaitu suatu analisis gaya-gaya yang bekerja dalam struktur untuk bidang teknik. SAP berdasarkan metode elemen hingga yang pada awalnya ditokohi oleh A Hrennikoff (1941) yang memberikan dasar-dasar analisis struktur untuk gabungan antara konstruksi rangka (*frame* atau *truss*) dengan plat tipis (*Shell*). Pada awalnya program di buat menggunakan bahasa fortran memanfaatkan komputer yang mampu menghitung matriks yang jumlahnya sangat besar (1950an). Program SAP yang pertama kali muncul pada tahun 1960an. Pada tahun 1980 muncul SAP 80 dan disempurnakan dengan SAP90. Pada tahun 1996 muncul program SAP 2000 Versi beta, yang diluncurkan untuk kalangan terbatas (Nasyiin Faqih, 2008). SAP 2000 yang banyak beredar dimasyarakat saat ini adalah SAP 2000 versi 7.40, versi 7.42, versi 8.00, versi 9.0, dan seterusnya hingga versi terakhir.

#### 1.3.2 Prosedur dan Pengoprasian SAP2000

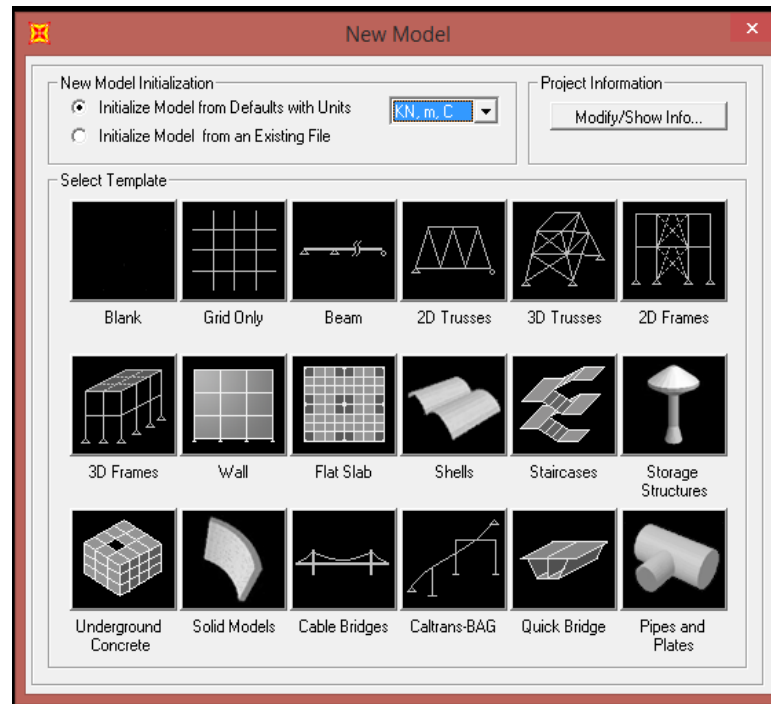
Berikut langkah – langkah pengoprasian SAP 2000 pada analisis ini yaitu :

##### 1. Langkah Pertama

Menentukan permodelan struktur

tu yaitu klik menu FILE >NEW

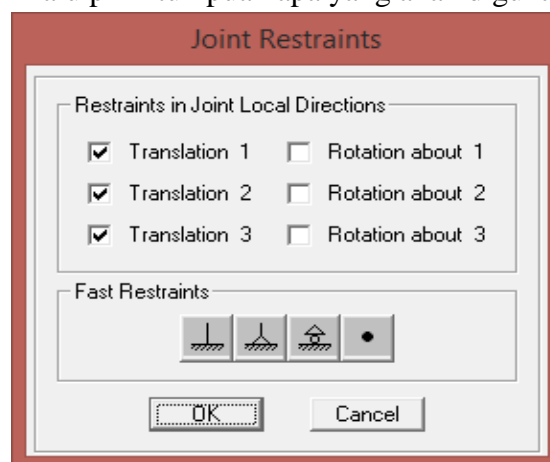
MODEL>pilih model yang akan dianalisis lalu isikan data seperti panjang bentang, dll.



Gambar 1.6 Tampilan Pemilihan Model Struktur

2. Langkah kedua

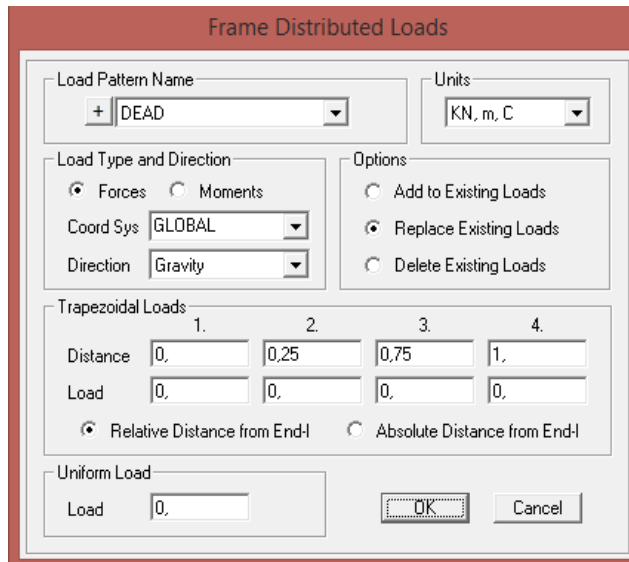
Menentukan tumpuan pada model struktur yaitu klik menu **ASSIGN>JOINT > RESTRAINT** > Lalu pilih tumpuan apa yang akan digunakan



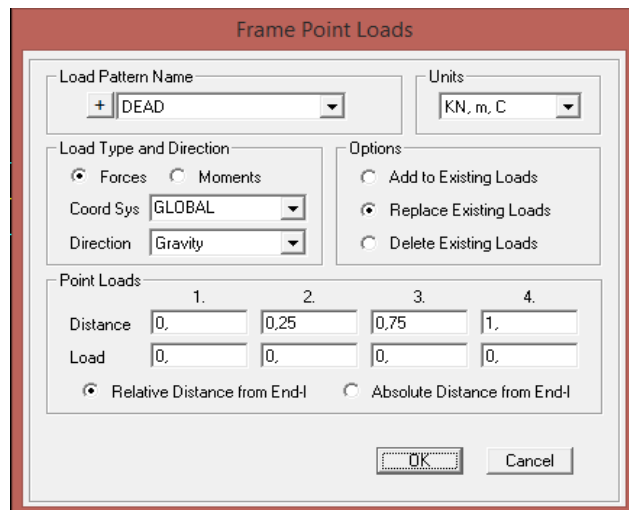
Gambar 1.7 Tampilan Pemilihan Tumpuan

3. Langkah ketiga

Memasukkan beban pada elemen struktur, untuk beban merata klik menu **ASSIGN>FRAME LOADS > DISTRIBUTED** > lalu isi besar beban merata pada LOAD sedangkan untuk beban terpusat klik menu **ASSIGN>FRAME LOADS > POINT** > lalu isi besar beban terpusat pada LOAD



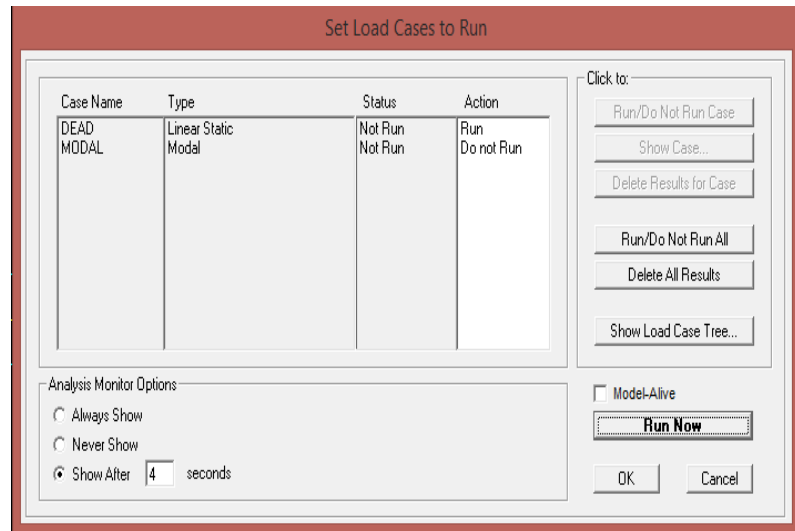
Gambar 1.8 Tampilan Pemberian Beban Pada Beban Merata



Gambar 1.9 Tampilan Pemberian Beban Pada Beban Terpusat

4. Langkah keempat

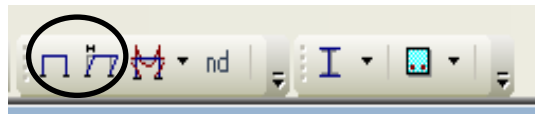
Memunculkan hasil analisa yaitu klik menu ANALYZE > RUN ANALYSIS > Lalu Run Now



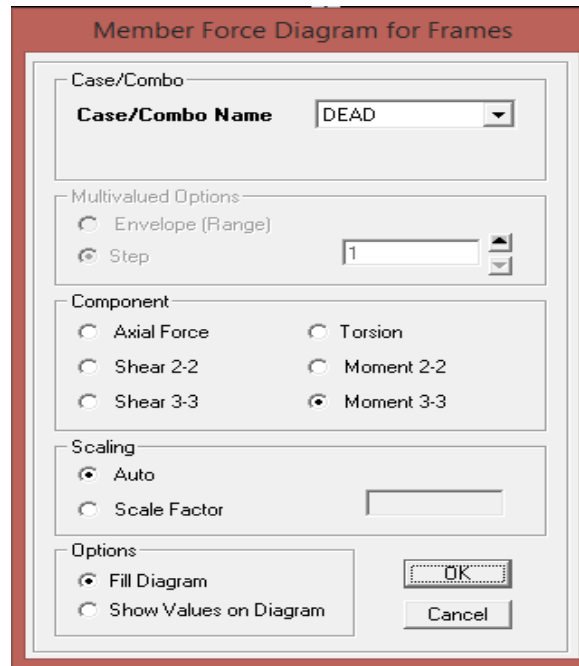
Gambar 1.2 Tampilan Untuk Memunculkan Defleksi

#### 5. Langkah kelima

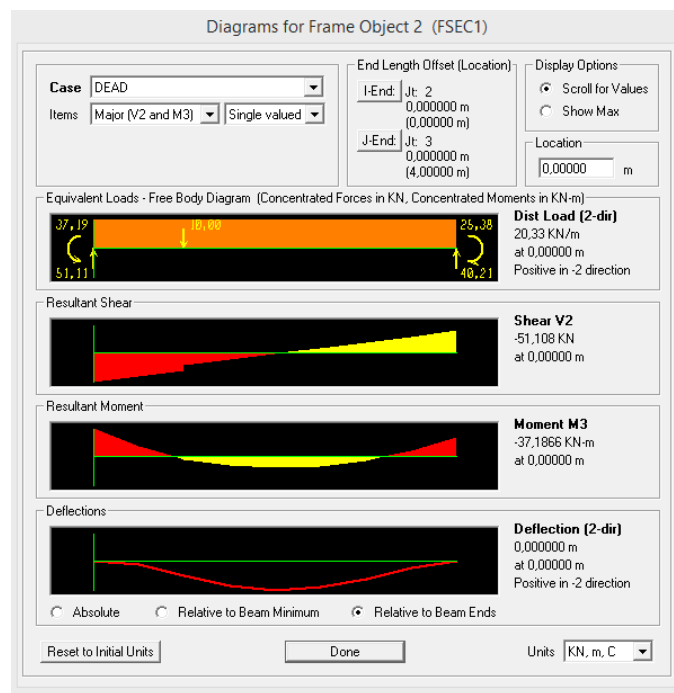
Mengetahui gaya-gaya dalam pada struktur yang telah dianalisis yaitu klik icon Show Forces/Stresses > Frames/Cables > untuk memunculkan diagram gaya geser klik Shear 2-2, untuk memunculkan diagram momen klik Momen 3-3 > lalu OK. Jika ingin memunculkan keseluruhan diagramnya klik kanan pada elemen struktur yang telah dianalisis, setelah itu akan muncul semua diagram.



Gambar 1.3 Tampilan Icon Show Forces/Stressed



Gambar 1.4 Tampilan Untuk Memunculkan Diagram Gaya Geser Ataupun Diagram Momen

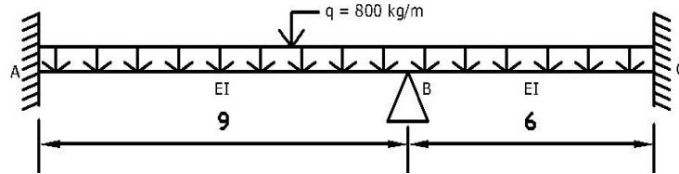


Gambar 1.5 Tampilan Gaya Geser, Momen dan Lendutan Maksimum

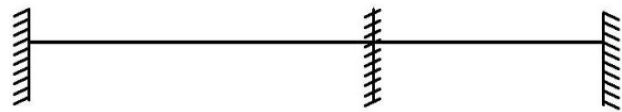
## BAB II ANALISIS METODE MATRIKS DENGAN SAP 2000

### 2.1 Analisis Struktur Balok Metode Matriks

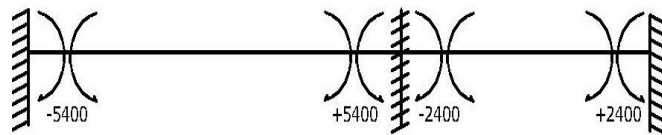
Contoh analisa struktur balok metode matriks yang akan dibahas secara singkat dengan cara metode kekakuan dan derajat kinematis tingkat 1 :



Gambar 2.1 Balok Yang Akan Dianalisa



Gambar 2.2 Struktur Dasar Yang Dikekang

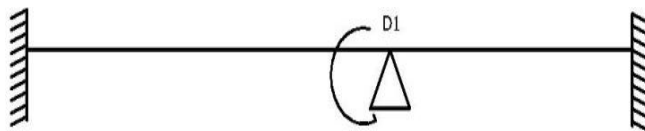


Gambar 2.3 Momen Primer

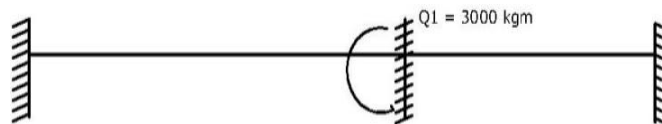
Momen Primer :

$$M_{AB} = -M_{BA} = -\frac{1}{12} \times q \times l^2 = -\frac{1}{12} \times 800 \times 9^2 = -5400 \text{ kg.m}$$

$$M_{BC} = -M_{CB} = -\frac{1}{12} \times q \times l^2 = -\frac{1}{12} \times 800 \times 6^2 = -2400 \text{ kg.m}$$

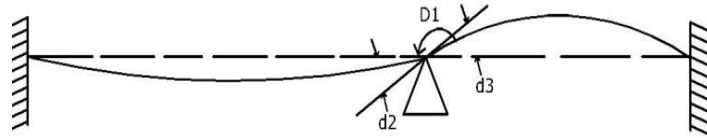


Gambar 2.4 Derajat Ketidak Tentuan Kinematis : 1

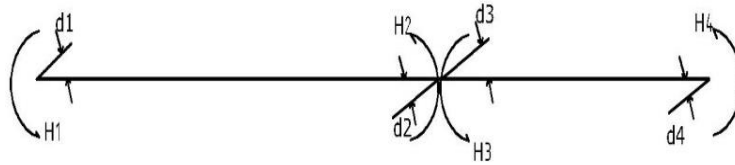


Gambar 2.5 Gaya Luar Ekuivalen Dititik Diskrit Yang Koresponding Dengan Lendutan D1

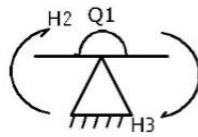
$$\begin{aligned} Q_1 &= 5400 - 2400 \\ &= 3000 \text{ kg.m} \end{aligned}$$



Gambar 2.6 Diberikan  $D1 = 1$  Satuan 1



Gambar 2.7 Diagram H-D



Gambar 2.8 Diagram Keseimbangan

Melihat gambar 2.6 dengan mudah akan didapatkan :

$$[A] = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow d1 \\ \leftarrow d2 \\ \leftarrow d3 \\ \leftarrow d4 \end{matrix}$$

↑

$D1 = 1$

Dari gambar 2.7 :

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{9} & \frac{2EI}{9} & 0 & 0 \\ \frac{2EI}{9} & \frac{4EI}{9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4EI}{6} & \frac{2EI}{6} \\ 0 & 0 & \frac{2EI}{6} & \frac{4EI}{6} \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow H1 \\ \leftarrow H2 \\ \leftarrow H3 \\ \leftarrow H4 \end{matrix}$$

↑    ↑    ↑    ↑  
 d1   d2   d3   d4

$$[S] = EI \begin{bmatrix} 0,44 & 0,22 & 0 & 0 \\ 0,22 & 0,44 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,67 & 0,33 \\ 0 & 0 & 0,33 & 0,67 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
[K] &= [A]^T [S] [A] \\
&= \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 0,44 & 0,22 & 0 & 0 \\ 0,22 & 0,44 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,67 & 0,33 \\ 0 & 0 & 0,33 & 0,67 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} EI \\
&= \begin{Bmatrix} 0,22 & 0,44 & 0,67 & 0,33 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} EI
\end{aligned}$$

$$[K] = 1,11 EI$$

$$[K]^{-1} = \left[ \frac{1}{1,11 EI} \right]$$

Dengan mengubah gaya q menjadi gaya titik ekuivalen diujung elemen (gambar 2.3 dan gambar 2.5)

$$\{D\} = [K]^{-1} \{Q\}$$

$$\{D_1\} = \left\{ \frac{1}{1,11 EI} \right\} \{3000\}$$

$$= \frac{2702,7}{EI}$$

$$\{H\} = [S] [A] \{D\}$$

$$\{H\} = \begin{bmatrix} 0,44 & 0,22 & 0 & 0 \\ 0,22 & 0,44 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,67 & 0,33 \\ 0 & 0 & 0,33 & 0,67 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} EI \times \frac{2702,7}{EI}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,22 \\ 0,44 \\ 0,67 \\ 0,33 \end{bmatrix} \times 2702,7$$

$$\begin{Bmatrix} H1 \\ H2 \\ H3 \\ H4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 594,59 \\ 1189,19 \\ 1810,81 \\ 891,89 \end{Bmatrix}$$

Maka didapat :

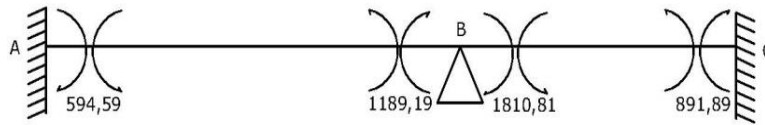
$$H_1 = 594,59$$

$$H_2 = 1189,19$$

$$H_3 = 1810,81$$

$$H_4 = 891,89$$





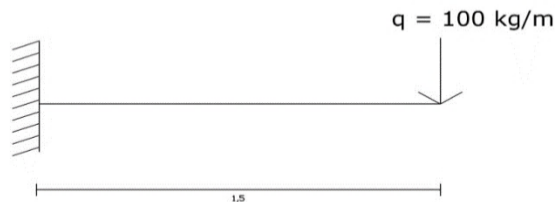
Gambar 2.9 Distribusi Gaya Dalam

Dengan melihat juga gambar 2.3, akan didapatkan :

$$\begin{aligned}
 MA &= +594,59 - (-5400) = +5994,59 \text{ kg.m} \\
 MBA &= +1189,19 - (+5400) = -4210,81 \text{ kg.m} \\
 MBC &= +1810,19 - (-2400) = +4210,19 \text{ kg.m} \\
 MC &= +891,89 - (+2400) = -1508,11 \text{ kg.m}
 \end{aligned}$$

## 2.2 Analisis Struktur Kantilever Metode Matriks

Contoh analisa struktur Kantilever metode matriks yang akan dibahas secara singkat dengan cara metode kekakuan :



Gambar 2.10 Kantilever Yang Akan Dianalisa



Gambar 2.11 Struktur Dasar Yang Dikekang



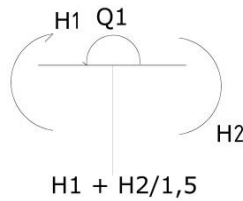
Gambar 2.12 Derajat Ketidak Tentuan Kinematis : 2



Gambar 2.13 Diberikan D1 = 1 Satuan 1



Gambar 2.14 Diagram H-D



Gambar 2.15 Diagram Keseimbangan

Melihat gambar 2.13 dengan mudah akan didapatkan :

$$[A] = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{1,5} \\ 1,5 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow d_1 \\ \leftarrow d_2 \\ \uparrow \\ D1 = 1 \end{matrix}$$

Dari gambar 2.14 :

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{1,5} & \frac{2EI}{1,5} \\ \frac{2EI}{1,5} & \frac{4EI}{1,5} \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow H_1 \\ \leftarrow H_2 \\ \uparrow d_1 \quad \uparrow d_2 \end{matrix}$$

$$[K] = [A]^T [S] [A]$$

$$= \begin{Bmatrix} -\frac{1}{1,5} & 0 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{4EI}{1,5} & \frac{2EI}{1,5} \\ \frac{2EI}{1,5} & \frac{4EI}{1,5} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\frac{1}{1,5} \\ 1,5 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} -\frac{16}{9} & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} -\frac{1}{1,5} \\ 1,5 \\ 0 \end{Bmatrix} EI$$

$$[K] = \begin{Bmatrix} 1,185 \\ 0 \end{Bmatrix} EI$$

$$[K]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1,185 EI} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1,185 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Dengan mengubah gaya q menjadi gaya titik ekuivalen diujung elemen :

$$\begin{aligned} \{D\} &= [K]^{-1} \{Q\} \\ \{D\} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 1,185 EI \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1,185 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} -100 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \{D\} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 1,185 EI \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -1185 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{1185}{1,185EI} \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{1000}{EI} \\ 0 \end{bmatrix} \\ \{H\} &= [S] [A] \{D\} \\ \{H\} &= \begin{bmatrix} \frac{4EI}{1,5} & \frac{2EI}{1,5} \\ \frac{2EI}{1,5} & \frac{4EI}{1,5} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\frac{1}{1,5} \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1000}{EI} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} -\frac{16}{9} \\ \frac{8}{9} \end{Bmatrix} EI \begin{bmatrix} -\frac{1000}{EI} \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} 1777,7 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Maka didapat :

$$H_1 = 1777,77$$

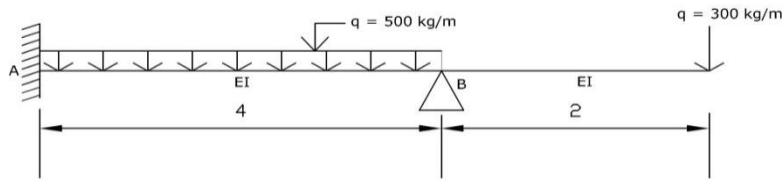
$$H_2 = 0$$



Gambar 2.16 Distribusi Gaya Dalam

### 2.3 Analisis Struktur Balok Kantilever Metode Matriks

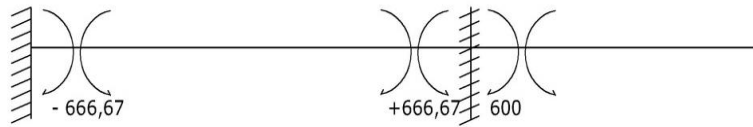
Contoh analisa struktur balok kantiever metode matriks yang akan dibahas secara singkat dengan cara metode kekakuan :



Gambar 2.17 Balok Kantilever Yang Akan Dianalisa



Gambar 2.18 Struktur Dasar Yang Dikekang

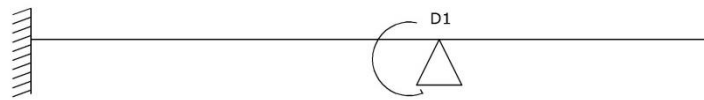


Gambar 2.19 Momen Primer

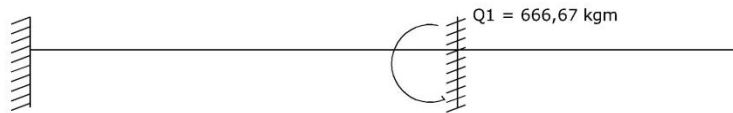
Momen Primer :

$$M_{AB} = -M_{BA} = -\frac{1}{12} \times q \times l^2 = -\frac{1}{12} \times 500 \times 4^2 = -666,67 \text{ kg.m}$$

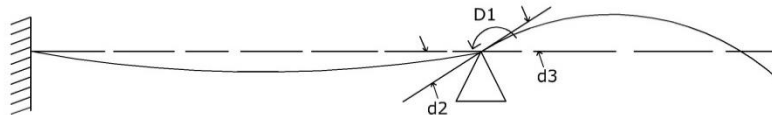
$$M_{BC} = -M_{CB} = 300 \cdot 2 = 600 \text{ kg.m}$$



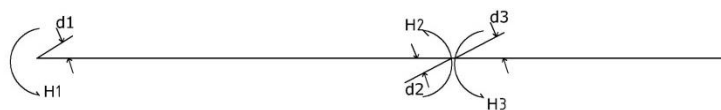
Gambar 2.20 Derajat Ketidak Tentusan Kinematis :1



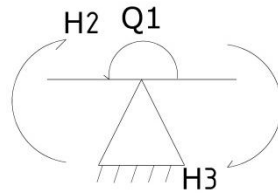
Gambar 2.21 Gaya Luar Ekuivalen Dititik Diskrit Yang Koresponding Dengan Lendutan D1



Gambar 2.22 Diberikan D1 = 1 Satuan



Gambar 2.23 Diagram H-D



Gambar 2.24 Diagram Kesetimbangan

Meihat gambar 2.22 dengan mudah akan didapatkan :

$$[A] = \begin{cases} 0 \\ 1 \\ 1 \end{cases} \leftarrow \begin{matrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{matrix}$$

$$D1 = 1$$

Dari gambar 2.23 :

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{4} & \frac{2EI}{4} & 0 \\ \frac{2EI}{4} & \frac{4EI}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} H1 \\ H2 \\ H3 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ d_1 & d_2 & d_3 \end{matrix}$$

$$[S] = EI \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$[K] = [A]^T [S] [A]$$

$$= \{0 \ 1 \ 1\} \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} EI$$

$$= \{0,5 \ 1 \ 0,5\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} EI$$

$$[K] = 1,5 EI$$

$$[K]^{-1} = \left[ \frac{1}{1,5EI} \right]$$

Dengan mengubah gaya q menjadi gaya titik ekuivalen diujung elemen (gambar 2.19 dan gambar 2.21)

$$\{D\} = [K]^{-1} \{Q\}$$

$$\{D_1\} = \left[ \frac{1}{1,5EI} \right] \{-666,67\}$$

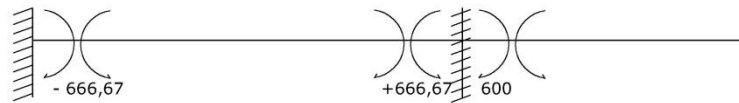
$$\begin{aligned}
&= \frac{-445,45}{EI} \\
\{H\} &= [S] [A] \{D\} \\
\{H\} &= \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} EI \times \frac{-445,45}{EI} \\
&= \begin{bmatrix} 0,5 \\ 1 \\ 0,5 \end{bmatrix} \times (-444,45) \\
\begin{Bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} -222,22 \\ -444,45 \\ -222,22 \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

Maka didapat :

$$H_1 = -222,22$$

$$H_2 = -444,45$$

$$H_3 = -222,22$$



Gambar 2.25 Distribusi Gaya Dalam

Dengan melihat juga gambar 2.19, akan didapatkan :

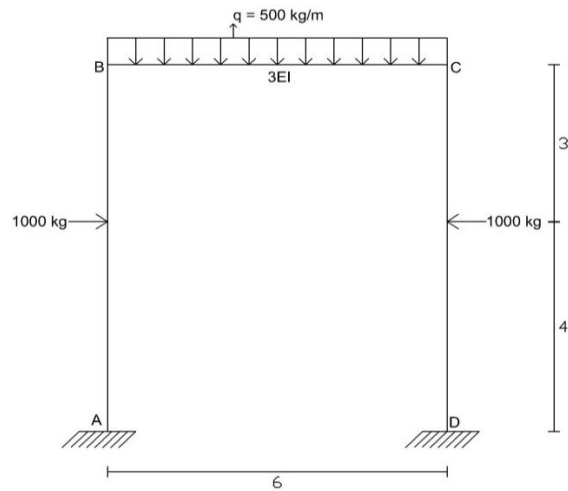
$$MA = \begin{bmatrix} -222,2 \\ -666,67 \end{bmatrix} = +444,45 \text{ kg.m}$$

$$MBA = \begin{bmatrix} -444,45 \\ +666,67 \end{bmatrix} = -1111,12 \text{ kg.m}$$

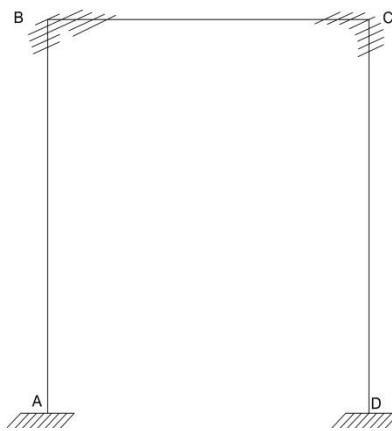
$$MBC = \begin{bmatrix} -222,22 \\ +600 \end{bmatrix} = -822,22 \text{ kg.m}$$

## 2.4 Analisis Struktur Portal Metode Matriks

Struktur portal bidang yang akan dianalisa yaitu dengan bentuk konstruksi dan sistem pembebanan yang simetris.



Gambar 2.26 Kontruksi Yang Akan Dianalisa



Gambar 2.27 Struktur Dasar Yang Dikekang

Momen Primer :

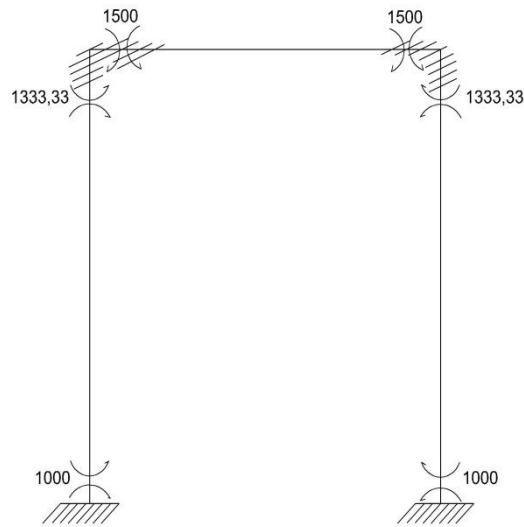
$$M_{AB} = - \frac{1000 \times 4 \times 3^2}{6^2} = -1000 \text{ kg.m}$$

$$M_{BA} = \frac{1000 \times 4^2 \times 3}{6^2} = 1333,33 \text{ kg.m}$$

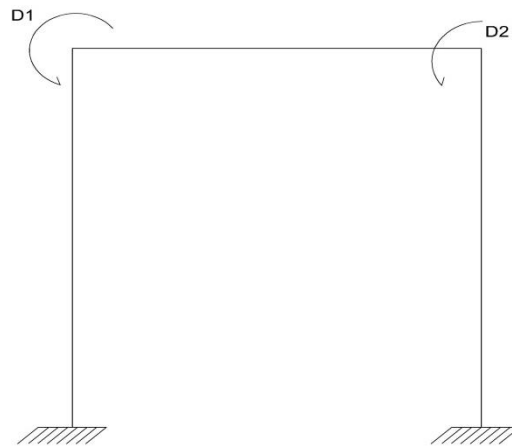
$$M_{BC} = - M_{CB} = \frac{1}{2} \times 500 \times 6^2 = -1500 \text{ kg.m}$$

$$M_{CD} = - M_{DC} = -1333,33 \text{ kg.m}$$

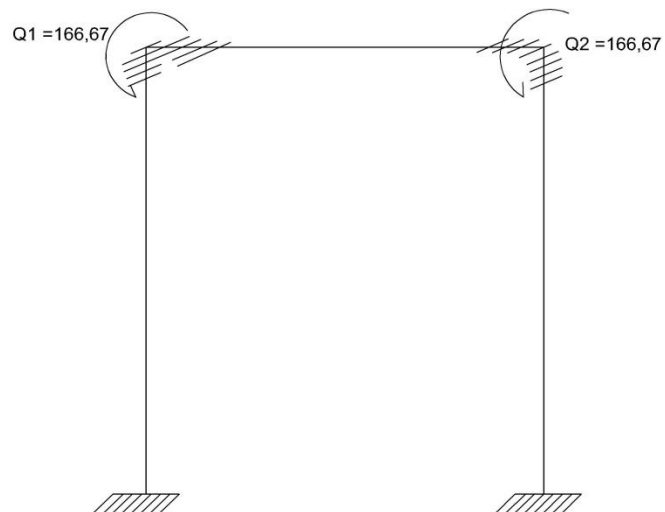
$$M_{DC} = - M_{CD} = + 1000 \text{ kg.m}$$



Gambar 2.28 Momen Primer



Gambar 2.29 Derajat Ketidak Tentuan Kinematis : 2

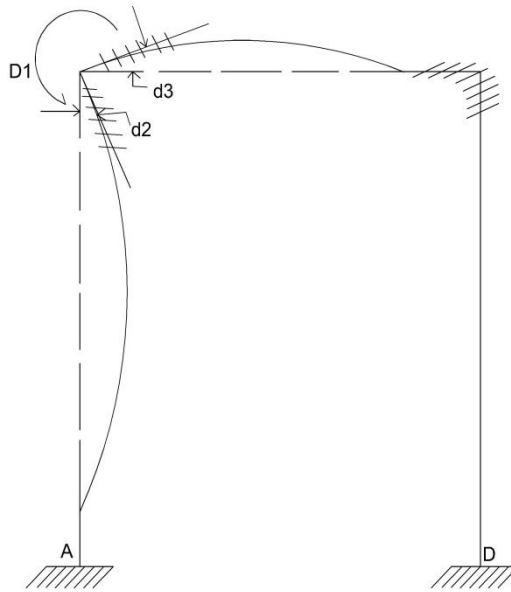


Gambar 2.30 Gaya Ekuivalen Dititik Diskrit Yang Koresponding Dengan Lendutan D

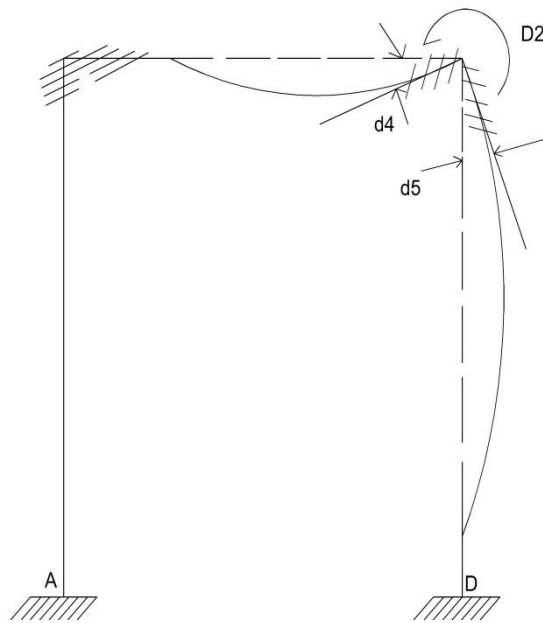
$$Q_1 = 1333,33 - 1500 = -166,67 \text{ kg.m}$$

$$Q_2 = 1500 - 1333,33 = 166,67 \text{ kg.m}$$

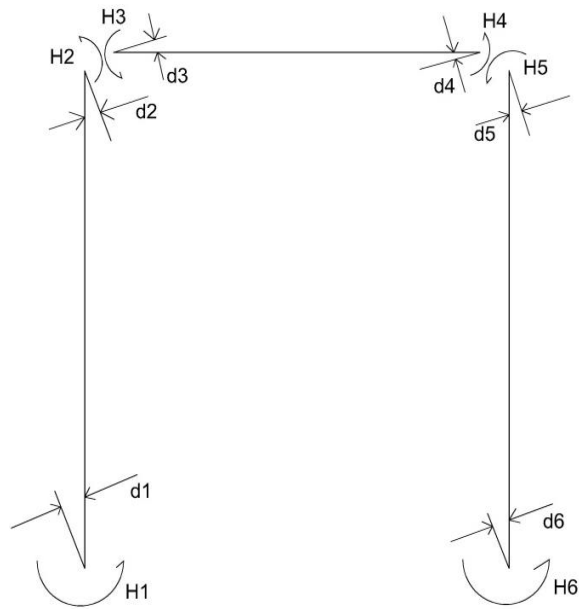




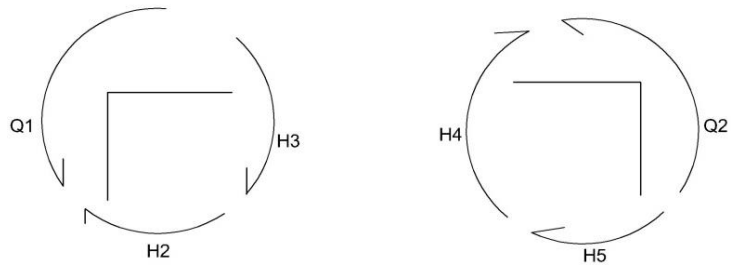
Gambar 2.31 Diberikan  $D_1 = 1$  Satuan



Gambar 2.32 Diberikan  $D_2 = 1$  Satuan



Gambar 2.33 Diagram H-D



Gambar 2.34 Diagram Kesetimbangan

Dengan memperhatikan gambar-gambar diatas akan didapatkan :

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} d1 \\ d2 \\ d3 \\ d4 \\ d5 \\ d6 \end{matrix}$$

$$[S] = EI \begin{bmatrix} \frac{4}{6} & \frac{2}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{6} & \frac{4}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4(3)}{6} & \frac{2(3)}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2(3)}{6} & \frac{4(3)}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{6} & \frac{2}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{6} & \frac{4}{6} \end{bmatrix}$$

$$= EI \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6}{3} & \frac{3}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{3} & \frac{6}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{EI}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[K] = [A]^T [S] [A]$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{EI}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{EI}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 6 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \frac{EI}{3} \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$$

Dengan mengubah gaya-gaya luar menjadi gaya ekuivalen terpusat diujung elemen atau dititik-titik diskrit (gambar 2.28 dan gambar 2.30)

$$\{D\} = \{K\}^{-1} \{Q\}$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \frac{3}{EI} \times \frac{1}{64-9} \begin{pmatrix} 8 & -3 \\ -3 & 8 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} -166,67 \\ 166,67 \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{3}{55EI} \begin{Bmatrix} -1836,37 \\ 1836,37 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{-1101,822}{11EI} \\ \frac{1101,822}{11EI} \end{Bmatrix}$$

Jadi putaran sudut dititik B dan C ialah sebesar :

$$D_1 = -D_2 = \frac{1101,822}{11EI}$$

$$\{H\} = [S][A]\{D\}$$

$$= \frac{EI}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -1101,822 \\ \frac{11EI}{1101,822} \\ \frac{1101,822}{11EI} \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 6 & 3 \\ 3 & 6 \\ 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -33,39 \\ 33,39 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -33,39 \\ -66,78 \\ -100,17 \\ -100,17 \\ 66,78 \\ 33,39 \end{Bmatrix}$$

Melihat momen primernya pada gambar 2.28 maka akan didapat :

$$M_A = -33,39 - (-1000) = 966,61 \text{ kg.m}$$

$$M_{BA} = -66,78 - (+1333,33) = -1400,11 \text{ kg.m}$$

$$M_{BC} = -100,17 - (-1500) = 1399,38 \text{ kg.m}$$

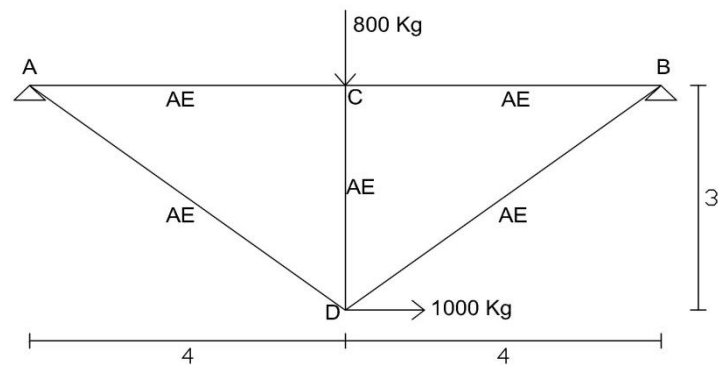
$$M_{CB} = -100,17 - (+1500) = -1399,83 \text{ kg.m}$$

$$M_{CD} = 66,78 - (-1333,33) = 1400,11 \text{ kg.m}$$

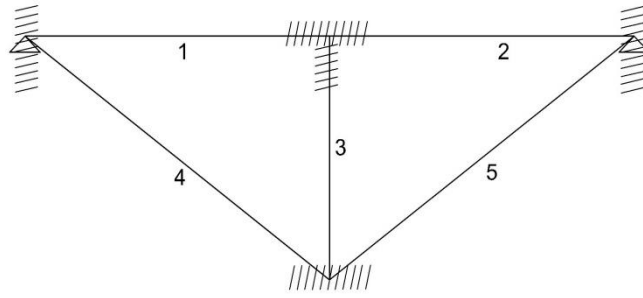
$$M_D = 33,39 - (+1000) = -966,61 \text{ kg.m}$$

## 2.5 Analisis Struktur Rangka Metode Matriks

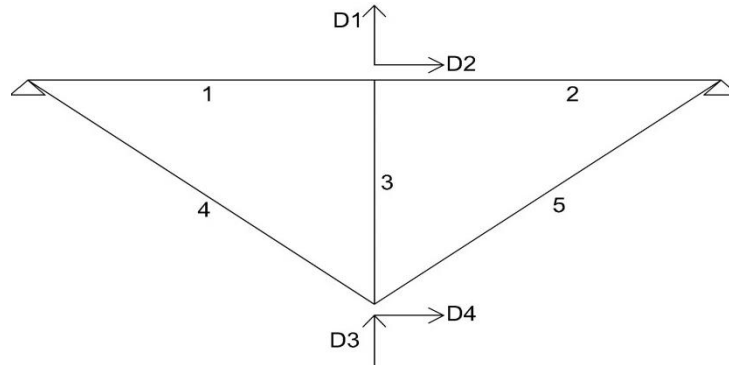
Beberapa contoh analisa diatas telah dibahas analisa struktur dengan sambungan kaku dimana deformasi normal masih diabaikan. Pada analisa konstruksi rangka batang ini justru hanya mengalami deformasi normal (axial) saja. Proses analisa ini sama dengan proses analisa diatas, hanya berbeda pada cara memberikan vektor lendutan dimana hanya ada vektor lendutan translasi saja. Dan pada matriks S yang menyatakan hubungan gaya dalam dan deformasi, baik gaya dalam maupun deformasi yang timbul hanya bersifat axial saja.



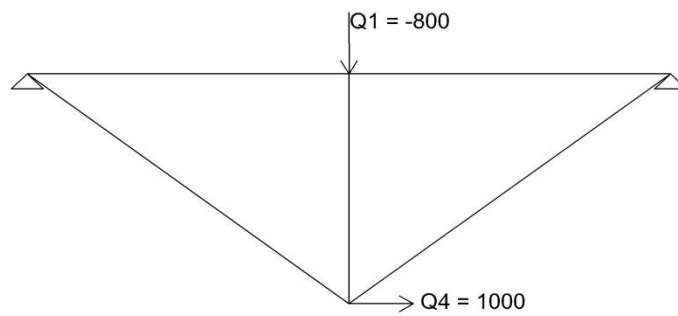
Gambar 2.35 Rangka Batang Yang Akan Dianalisa



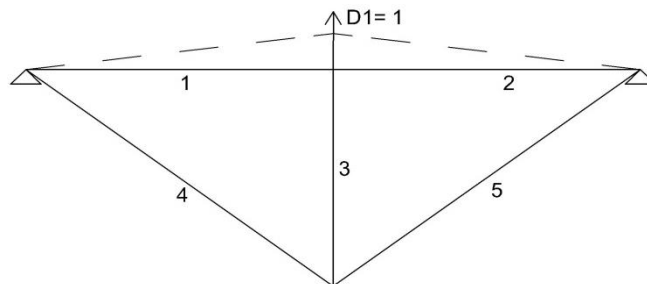
Gambar 2.36 Struktur Dasar Yang Dikekang



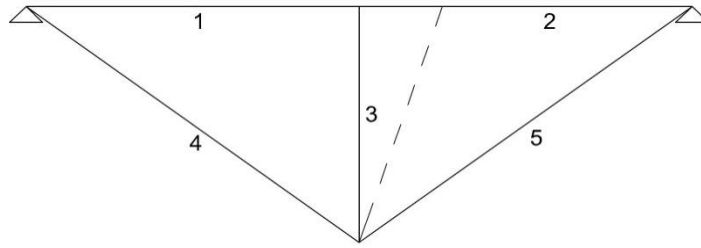
Gambar 2.37 Derajat Ketidaktentuan Kinematis : 4



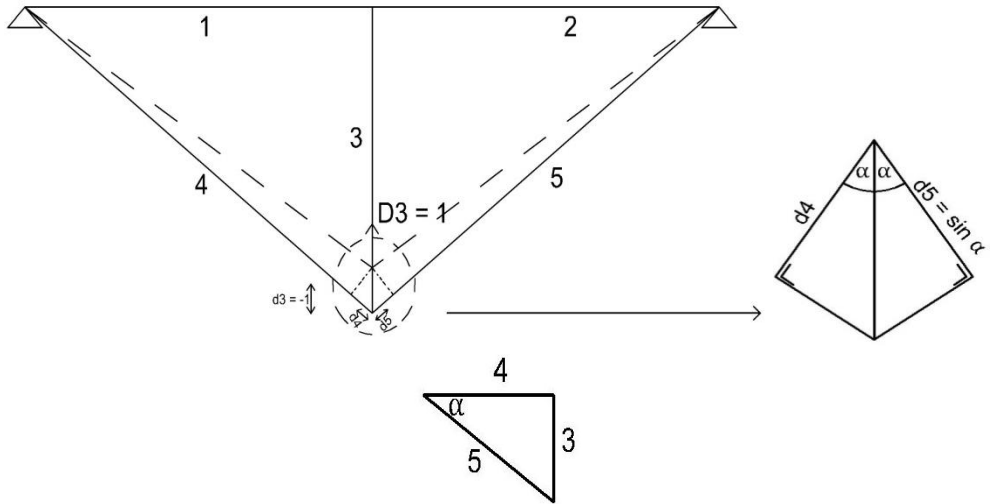
Gambar 2.38 Vektor Gaya Luar Yang Koresponding Dengan Lemdutan D



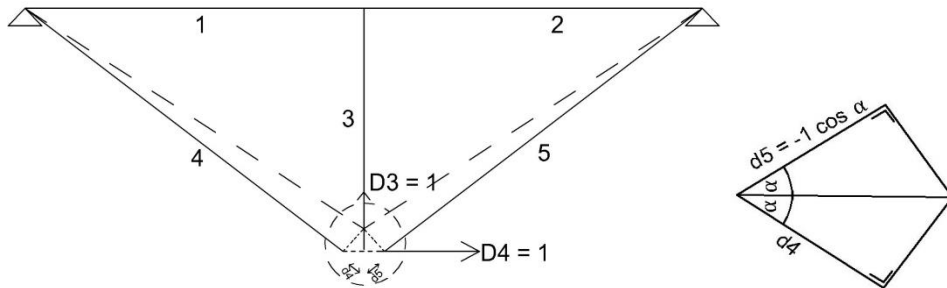
Gambar 2.39 Diberikan  $D1 = 1$  Satuan



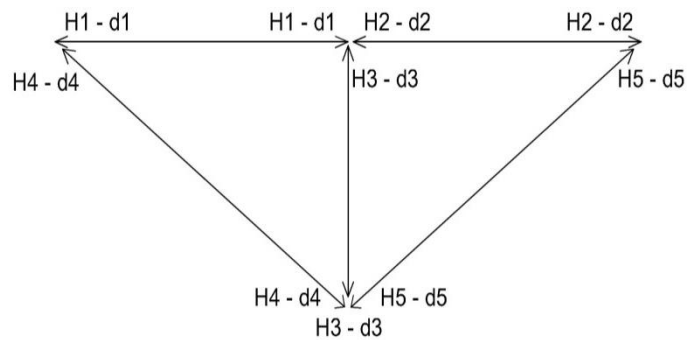
Gambar 2.40 Diberikan  $D_2 = 1$  Satuan



Gambar 2.41 Diberikan  $D_3 = 1$  Satuan



Gambar 2.41 Diberikan  $D_3 = 1$  Satuan



Gambar 2.43 Diagram H-D

Dengan memperhatikan gambar-gambar diatas dengan mudah dapat ditentukan matriks (A), yaitu matriks yang menyatakan hubungan deformasi dan lendutan.

Dari gambar 2.38, untuk  $D1 = 1$

$$d_1 = 0$$

$$d_2 = 0$$

$$d_3 = 1$$

$$d_4 = 0$$

$$d_5 = 0$$

Dari gambar 2.39, untuk  $D2 = 1$

$$d_1 = 0$$

$$d_2 = -1$$

$$d_3 = 0$$

$$d_4 = 0$$

$$d_5 = 0$$

Dari gambar 2.40, untuk  $D3 = 1$

$$d_1 = 0$$

$$d_2 = 0$$

$$d_3 = -1 \sin \alpha = -3/5$$

$$d_4 = -1 \sin \alpha = -3/5$$

$$d_5 = -1$$

Dari gambar 2.41, untuk  $D4 = 1$

$$d_1 = 0$$

$$d_2 = 0$$

$$d_3 = 0$$

$$d_4 = 1 \cos \alpha = 4/5$$

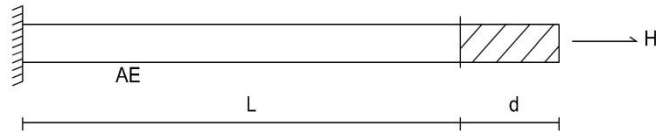
$$d_5 = -1 \cos \alpha = -4/5$$

Jadi Matriks [A] :

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \end{bmatrix}$$

Sesuai yang diteloh dijelaskan diatas, maka elemen-elemen pada konstruksi rangka batang ini hanya menderita deformasi axial saja. Dengan demikian hanya menimbulkan gaya dalam normal saja. Karena disini membahas konstruksi yang elastis, maka hukum Hooke berlaku karenanya.





Gambar 2.44 Batang Yang Menderita Gaya Normal H Dan Mengalami Deformasi Axial D

Melihat gambar 2.43,

$$d = \frac{H.L}{AE} \quad \text{persamaan 2.1}$$

Dengan demikian :

$$H = \frac{AE}{L} \quad \text{persamaan 2.2}$$

Dimana  $\frac{AE}{L}$  menyatakan kekuatan axial dari batang pada gambar dengan melihat persamaan 2.2, maka jelas dapat diketahui bahwa matriks [S] akan terdiri dari elemen-elemen kekakuan axial, yaitu :

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{A_1 E_1}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{A_2 E_2}{L_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A_3 E_3}{L_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{A_4 E_4}{L_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{A_5 E_5}{L_5} \end{bmatrix}$$

Dengan demikian sudah dapat dihitung matriks kekakuan [K], yaitu :

$$[K] = [A]^T [S] [A]$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -\frac{3}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4}{5} & -\frac{4}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix} AE$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \end{bmatrix} \\
& = AE \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{25} & -\frac{3}{25} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4}{25} & -\frac{4}{25} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \end{bmatrix} \\
[K] & = AE \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{143}{250} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{32}{125} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Untuk menghitung  $[K]^{-1}$  digunakan metode partitioning. K

$$\frac{[K]}{AE} = \left[ \begin{array}{cc|cc} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ \hline -\frac{1}{2} & 0 & \frac{143}{250} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{32}{125} \end{array} \right]$$

$$K_{11} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$K_{11}^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

(i)

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_{11}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{12} &= 2 \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 3 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= 2 \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{ii}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_{21} \cdot \mathbf{K}_{11}^{-1} &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} 2 \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{iii}
\end{aligned}$$

$$\text{Hasil (iii)} \cdot \mathbf{K}_{12} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{iv}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_{22} - \text{Hasil (iv)} &= \begin{bmatrix} \frac{143}{150} & 0 \\ 0 & \frac{32}{125} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{35,8}{150} & 0 \\ 0 & \frac{32}{125} \end{bmatrix} \tag{v}
\end{aligned}$$

Bila ditentukan :

$$[\mathbf{F}] = [\mathbf{K}]^{-1}$$

Dimana :

$$[\mathbf{F}] = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11} & \mathbf{F}_{12} \\ \mathbf{F}_{21} & \mathbf{F}_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_{22} &= \{\text{Hasil (v)}\}^{-1} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{150}{35,8} & 0 \\ 0 & \frac{125}{32} \end{bmatrix} \tag{vi}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{22} \cdot \{\text{Hasil (iii)}\}$$

$$= - \begin{bmatrix} \frac{150}{35,8} & 0 \\ 0 & \frac{125}{32} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{300}{107,4} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{(vii)}$$

$$F_{12} = - \{ \text{hasil (ii)} \} \cdot F_{22}$$

$$= - \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{150}{35,8} & 0 \\ 0 & \frac{125}{32} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{300}{107,4} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{(viii)}$$

$$F_{12} \cdot \{ \text{Hasil (iii)} \} = \begin{bmatrix} \frac{300}{107,4} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{600}{322,2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{(ix)}$$

$$F_{11} = K_{11}^{-1} - \{ \text{hasil (ix)} \}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{600}{322,2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{343,2}{107,4} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \frac{1}{AE} \left[ \begin{array}{cc|cc} \frac{343,2}{107,4} & 0 & \frac{300}{107,4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \frac{300}{107,4} & 0 & \frac{150}{35,8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{125}{32} \end{array} \right]$$

Untuk mnghitung lendutan, memakai persamaan :  
 $\{D\} = [K]^{-1} \{Q\}$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{Bmatrix} = [K]^{-1} \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{Bmatrix} = \frac{1}{AE} \begin{bmatrix} 343,2 & 0 & 300 & 0 \\ 107,4 & 0 & 107,4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 300 & 0 & 150 & 0 \\ 107,4 & 0 & 35,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{125}{32} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -800 \\ 0 \\ 0 \\ 1000 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{Bmatrix} = \frac{1}{AE} \begin{Bmatrix} -2556,42 \\ 0 \\ -2234,64 \\ 3906,25 \end{Bmatrix}$$

$$\{H\} = [S] [A] \{D\}$$

$$\begin{Bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix} AE \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \end{bmatrix} \frac{1}{AE} \begin{Bmatrix} -2556,42 \\ 0 \\ -2234,64 \\ 3906,25 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{25} & \frac{4}{25} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{25} & -\frac{4}{25} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -2556,42 \\ 0 \\ -2234,64 \\ 3906,25 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -533,33 \\ 893,16 \\ -356,85 \end{Bmatrix}$$

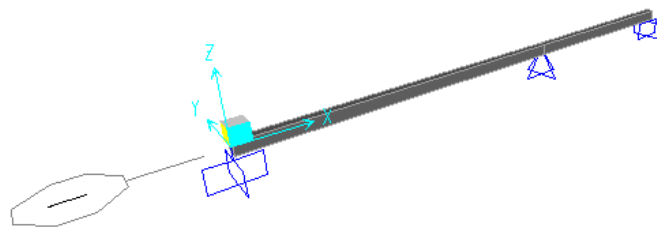
Jadi Gaya batangnya :

H1 = 0  
H2 = 0  
H3 = -533,33  
H4 = 893,16  
H5 = -356,85

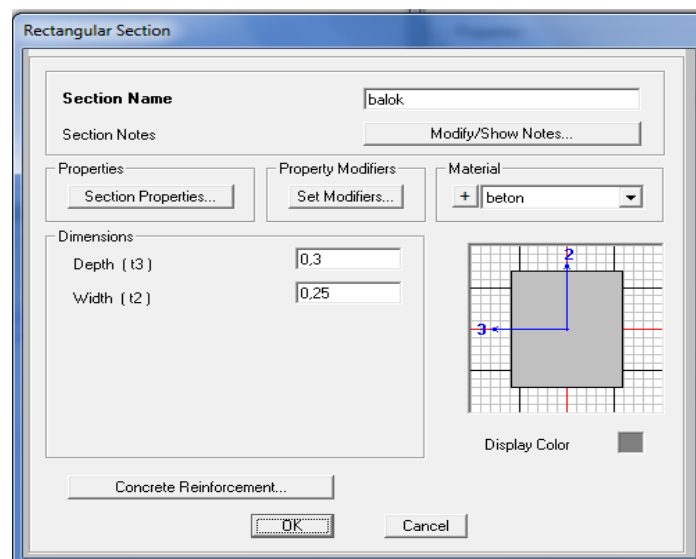
## 2.6 Analisis Pemodelan Balok Struktur menggunakan SAP 2000

### 2.6.1. Pemodelan Balok Struktur

Balok struktur dimodelkan dengan elemen frame biasa dengan dimensi dan material sesuai dengan yang tercantum dalam gambar rencana.



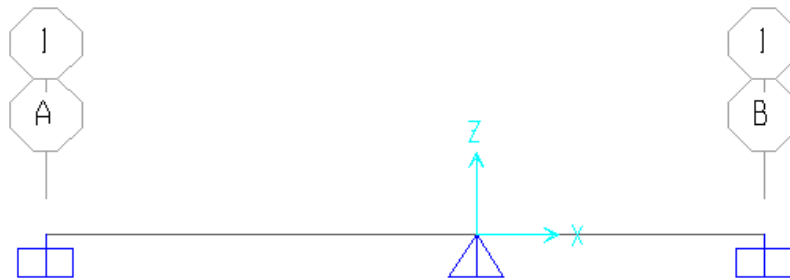
Adapun salah satu contoh *frame section* balok tersebut adalah sebagai berikut :



Gambar 2.45 *Frame Section* Balok

### 2.6.2 Pemodelan Tumpuan

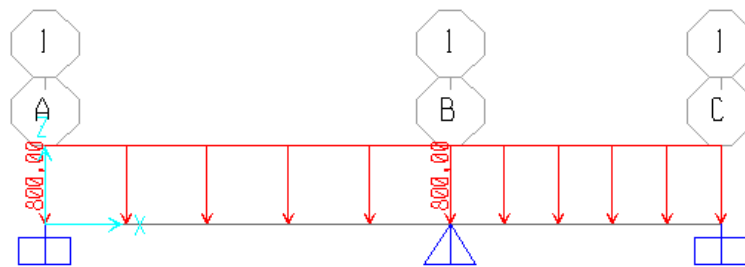
Pemodelan tumpuan yang digunakan pada balok adalah tumpuan jepit di kedua ujung dan pada tengah balok diberikan tumpuan sendi. Adapun pemodelan tumpuan tersebut adalah sebagai berikut :



Gambar 2.46 Pemodelan Tumpuan Pada Baok

### 2.6.3 Pemodelan Beban Pada Balok

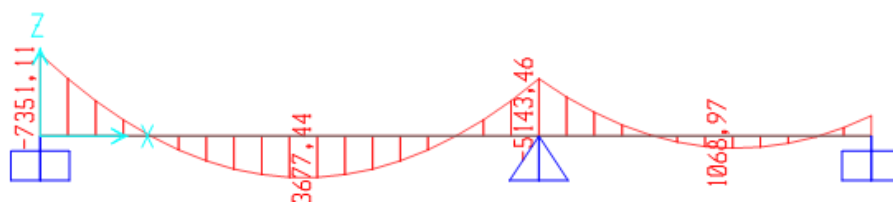
Nilai beban pada balok sebesar 800 kg/m didistribusikan ke seluruh balok dalam bentuk beban merata .



Gambar 2.47 Pemodelan Beban Merata

### 2.6.4 Output Momen Pada Balok

Output momen pada balok dapat dilihat pada gambar berikut ini :



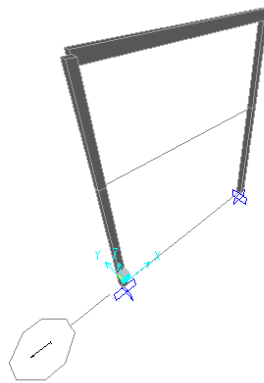
Gambar 6 2.48 Gaya Momen

Tabel 2.1 Perbandingan Hasil Perhitungan Matriks Dan Sap 2000 Pada balok Struktur

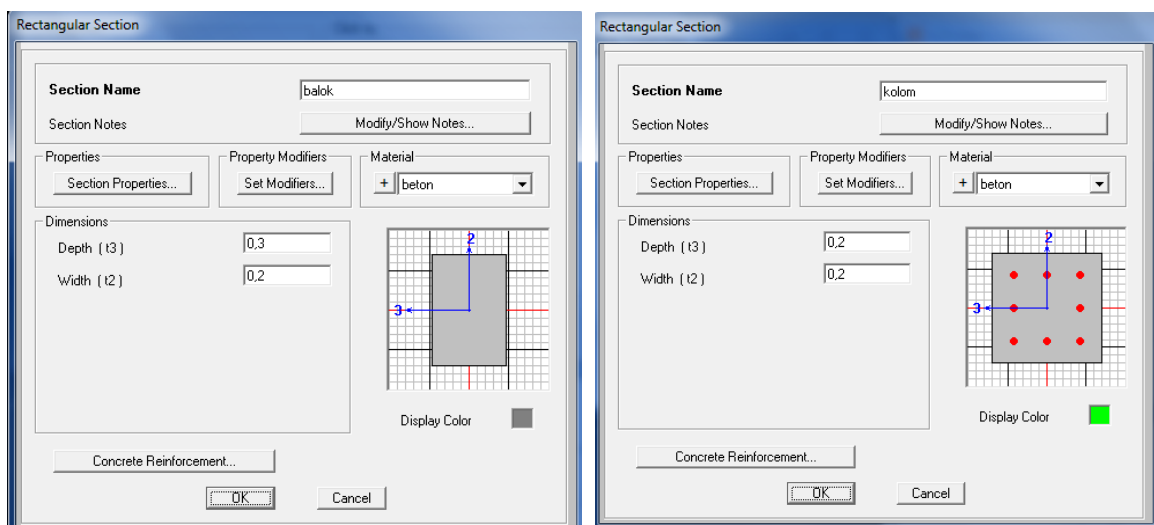
No	Reaksi	Momen Matriks	Hasil	Momen Hasil SAP 2000	Selisih
1	M – A	+ 5994,59		+7351,11	1356,52
2	M – BA	- 4210,81		-3677,44	533,37
3	M – BC	+ 4210,19		+5143,46	933,27
4	M – C	- 1508,11		-1068,97	439,14

## 2.7 Analisis Pemodelan Struktur Portal menggunakan SAP 2000

Portal struktur dimodelkan sebagai struktur *Open Frame* (Struktur Rangka Pemikul Momen). Dimana struktur terdiri atas rangka yang tersusun atas balok dan kolom yang menyangga beban merata.



Adapun salah satu contoh *frame section* balok & kolom tersebut adalah sebagai berikut :

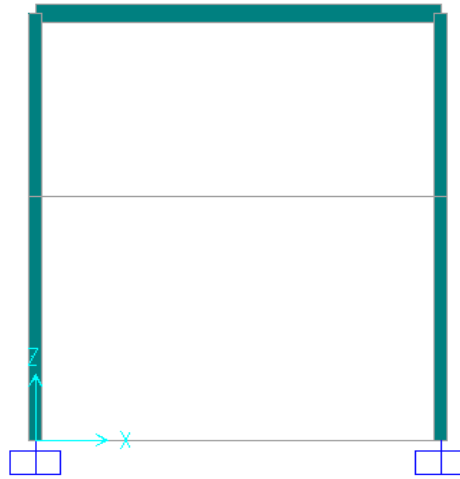


Gambar 2.49 *Frame Section* Balok & Kolom



### 2.7.1 Pemodelan Tumpuan

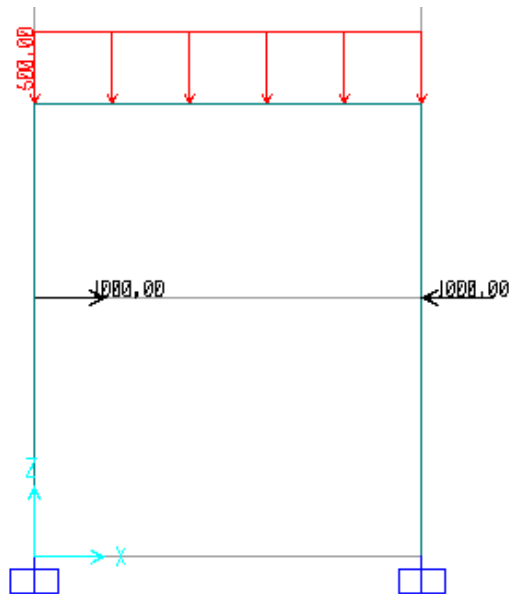
Pemodelan tumpuan yang digunakan pada portal adalah tumpuan jepit di kedua ujung. Adapun pemodelan tumpuan tersebut adalah sebagai berikut :



Gambar 2.50 Pemodelan Tumpuan Pada Portal

### 2.7.2 Pemodelan Beban Pada Portal

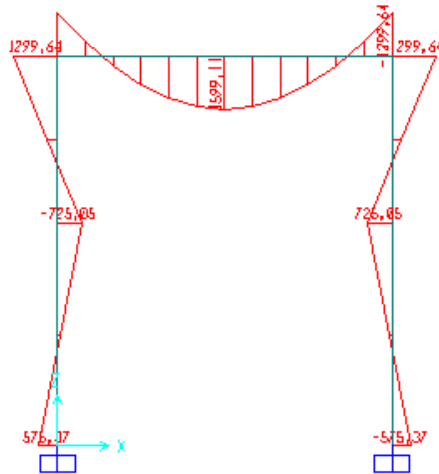
Nilai beban pada balok sebesar 800 kg/m didistribusikan ke seluruh balok dalam bentuk beban merata .



Gambar 2.51 Pemodelan Beban Pada Portal

### 2.7.3 Output Momen Pada Portal

Output momen pada balok dapat dilihat pada gambar berikut ini :

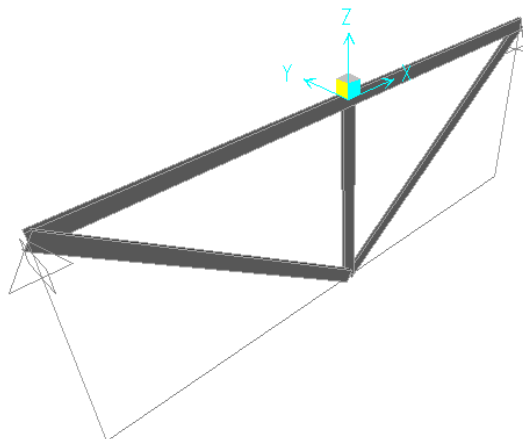


Gambar 2.52 Gaya Momen

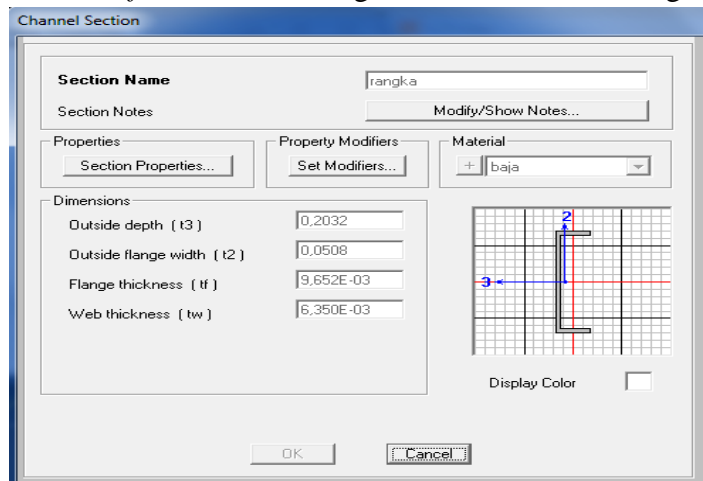
Tabel 2.2 Perbandingan Hasil Perhitungan Matriks Dan Sap 2000 Pada Struktur Portal

No	Reaksi	Momen Matriks	Hasil	Momen Hasil SAP 2000	Selisih
1	M - A	+ 966,61		+ 575,37	391,24
2	M - BA	- 1400,11		-725,05	675,06
3	M - BC	+ 1399,83		+ 1299,64	100,19
4	M - CB	- 1399,83		-1299,64	100,19
5	M - CD	+ 1400,11		+ 725,05	675,06
6	M - D	- 966,61		- 757,37	209,24

## 2.8 Analisis Pemodelan Struktur Rangka menggunakan SAP 2000



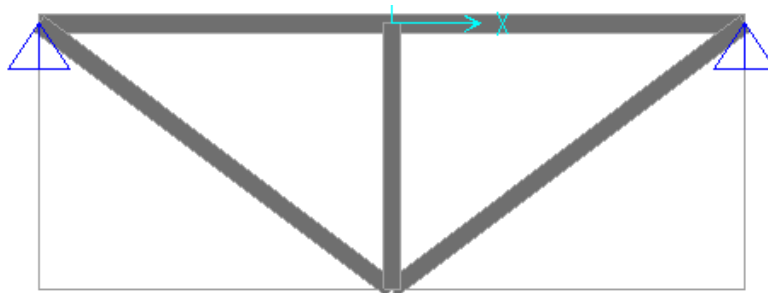
Adapun salah satu contoh *frame section* rangka tersebut adalah sebagai berikut :



Gambar 2.53 *Frame Section* Rangka

### 2.8.1 Pemodelan Tumpuan

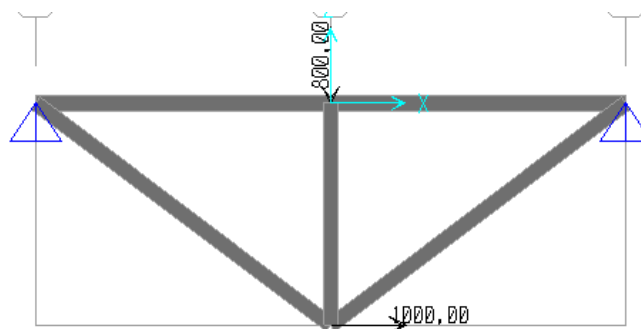
Pemodelan tumpuan yang digunakan pada rangka adalah tumpuan sendi di kedua ujung. Adapun pemodelan tumpuan tersebut adalah sebagai berikut :



Gambar 2.54 Pemodelan Tumpuan Pada Rangka

### 2.8.2 Pemodelan Beban Pada Rangka

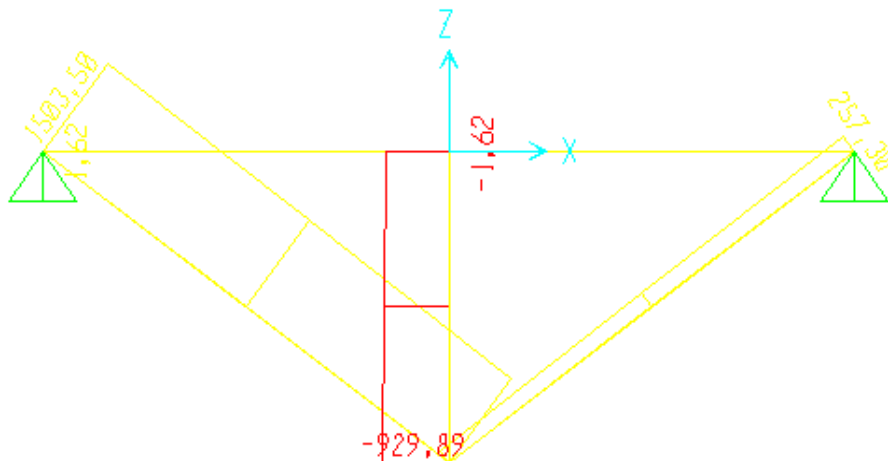
Nilai beban pada balok sebesar 800 kg/m didistribusikan ke seluruh rangka dalam bentuk beban terpusat .



Gambar 2.55 Pemodelan Beban Pada Rangka

### 2.8.3 Output Momen Pada Rangka

Output gaya normal pada balok dapat dilihat pada gambar berikut ini :



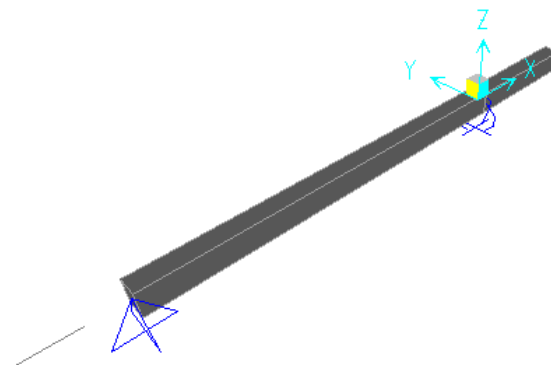
Gambar 2.56 Gaya Normal

Tabel 2.3 Perbandingan Hasil Perhitungan Matriks dan SAP2000 Pada Struktur Portal

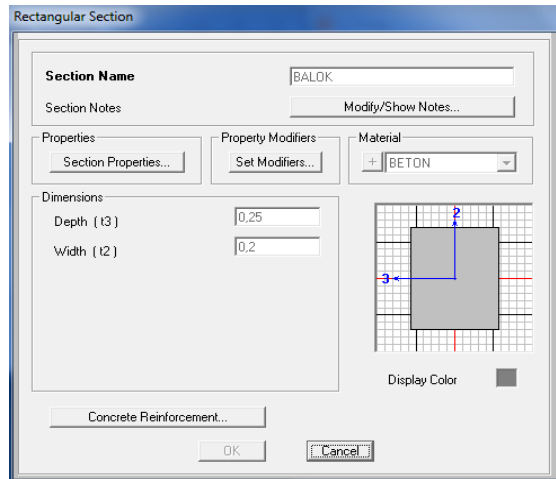
No	Reaksi	Gaya Normal Hasil Matriks	Gaya Normal Hasil SAP 2000	Selisih
1	H 1	0	- 1,62	-1,62
2	H 2	0	- 1,62	1,62
3	H 3	- 533,33	- 929,89	- 396,56
4	H 4	+ 893,16	+ 1503,50	+ 610,34
5	H 5	+ 356,85	+ 257,30	- 99,55

### 2.9 Analisis Pemodelan Struktur Balok Kantilever menggunakan SAP 2000

Struktur dimodelkan dengan elemen frame biasa dengan dimensi dan material sesuai dengan yang tercantum dalam gambar rencana.



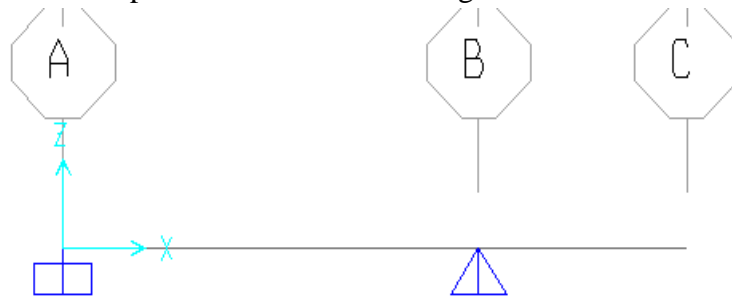
Adapun salah satu contoh *frame section* balok dan kantilever tersebut adalah sebagai berikut :



Gambar 2.57 *Frame Section* Balok Dan Kantiliver

### 2.9.1 Pemodelan Tumpuan

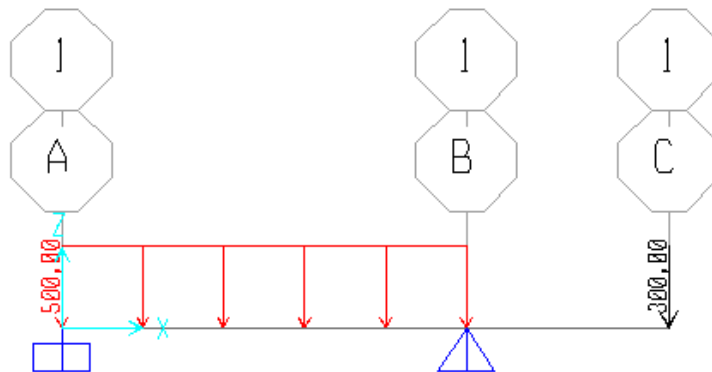
Pemodelan tumpuan yang digunakan pada balok adalah tumpuan jepit dan sendi. Adapun pemodelan tumpuan tersebut adalah sebagai berikut :



Gambar 2.58 Pemodelan Tumpuan Pada Balok Dan Kantiliver

### 2.9.2 Pemodelan Beban Pada Balok dan Kantiliver

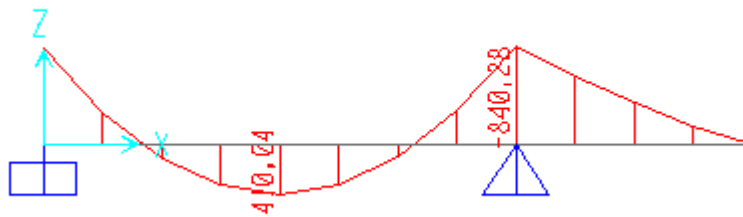
Nilai beban pada balok dan kantiliver sebesar 500 kg/m didistribusikan ke seluruh struktur dalam bentuk beban merata .



Gambar 2.59 Pemodelan Beban Merata Dan Beban Terpusat

### 2.9.3 Output Momen Pada Balok dan Kantilever

Output momen pada balok dan kantilever dapat dilihat pada gambar berikut ini :



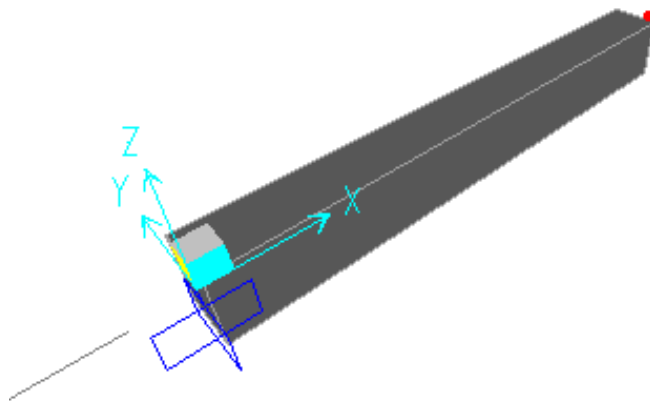
Gambar 2.60 Gaya Momen

Tabel 2.4 Perbandingan Hasil Perhitungan Matriks dan SAP 2000 pada Struktur Balok Kantilever

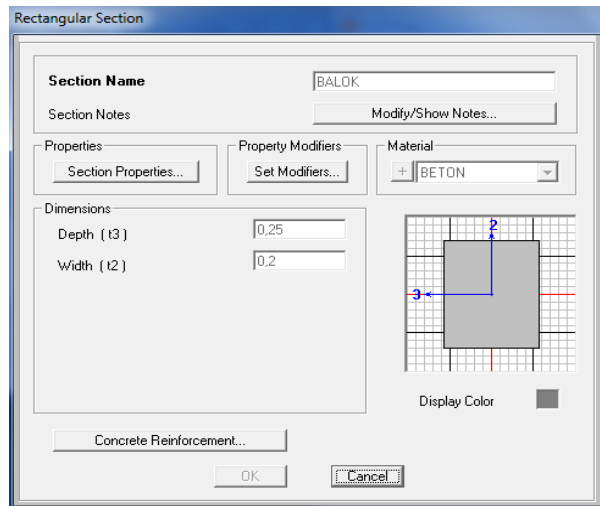
No	Reaksi	Momen Hasil Matriks	Momen Hasil SAP 2000	Selisih
1	M - A	444,45	820,19	375,74
2	M - BA	1111,12	410,04	701,08
3	M - BC	-822,22	-840,28	18,06

### 2.10 Analisis Pemodelan Struktur Kantilever menggunakan SAP 2000

Struktur dimodelkan dengan elemen frame biasa dengan dimensi dan material sesuai dengan yang tercantum dalam gambar rencana.



Adapun salah satu contoh *frame section* kantilever tersebut adalah sebagai berikut :



Gambar 2.61 *Frame Section* Kantiliver

### 2.10.1 Pemodelan Tumpuan

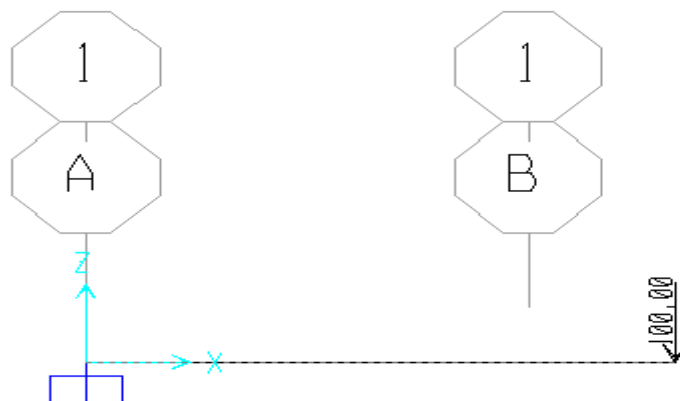
Pemodelan tumpuan yang digunakan pada balok adalah tumpuan jepit. Adapun pemodelan tumpuan tersebut adalah sebagai berikut :



Gambar 2.62 Pemodelan Tumpuan Pada Kantiliver

### 2.10.2 Pemodelan Beban Pada Kantilever

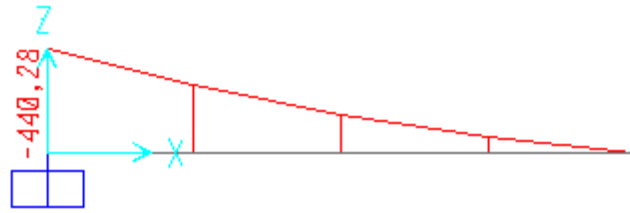
Nilai beban pada balok dan kantilever sebesar 300 kg/m didistribusikan ke seluruh struktur dalam bentuk beban terpusat .



Gambar 2.63 Pemodelan Beban Merata

### 2.10.3 Output Momen Pada Kantilever

Output momen pada balok dan kantilever dapat dilihat pada gambar berikut ini :



Gambar 2.64 Gaya Momen

Tabel

Tabel 2.5 Perbandingan Hasil Perhitungan Matriks dan SAP 2000 pada Struktur Kantilever

No	Reaksi	Momen Hasil Matriks	Momen Hasil SAP 2000	Selisih
1	M-A	-1777,7	-440,28	-1337,79



## **BAB III PENUTUP**

### **3.1 Kesimpulan**

Berdasarkan dari hasil perhitungan yaitu analisis struktur terhadap model-model struktur antara metode matriks dengan program SAP2000 memiliki analisis yang berbeda sehingga nilai yang dihasilkan pada kedua metode tidak sama. Perhitungan selisih hasil analisis struktur kedua metode pada setiap batang memiliki nilai hasil yang beragam. Besar selisih antara kedua metode pada setiap batang ada yang memiliki nilai cukup tinggi dan ada yang memiliki nilai cukup rendah.

- a. Hasil perbandingan balok struktur menggunakan metode matriks dan SAP 2000 yaitu analisis kedua metode pada balok struktur didapat selisih yang cukup tinggi :
- b. Perbandingan struktur kantilever menggunakan metode matriks dan SAP 2000 yaitu analisis kedua metode pada struktur kantilever didapat selisih yang cukup tinggi :
- c. Perbandingan struktur balok kantilever menggunakan metode matriks dan SAP 2000 yaitu analisis kedua metode pada struktur balok kantilever pada setiap batang ada yang selisihnya rendah dan ada yang selisihnya tinggi :
- d. Perbandingan struktur portal menggunakan metode matriks dan SAP 2000 yaitu analisis kedua metode pada struktur portal pada setiap batang ada yang selisihnya rendah dan ada yang selisihnya tinggi :
- e. Perbandingan struktur rangka menggunakan metode matriks dan SAP 2000 yaitu analisis kedua metode pada struktur rangka pada setiap batang ada yang selisihnya rendah dan ada yang selisihnya tinggi :

### **3.2 Saran**

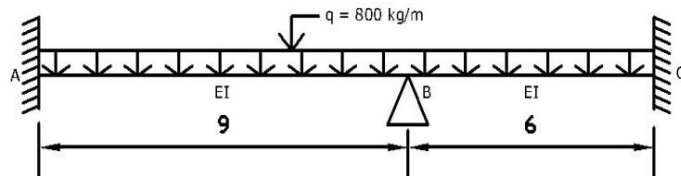
Saran berdasarkan hasil analisis perbandingan antara metode matriks dengan program SAP2000 pada model struktur, yaitu :

- a. Analisis struktur memiliki metode yang beragam, pemilihan metode yang digunakan pada perencanaan struktur perlu dipertimbangkan terkait adanya perbedaan besaran pada setiap metode analisis struktur sebagaimana hasil analisis yang telah dilakukan terhadap model-model struktur.
- b. Analisis perbandingan lebih lanjut perlu dilakukan terkait metode-metode lain dalam analisis struktur.

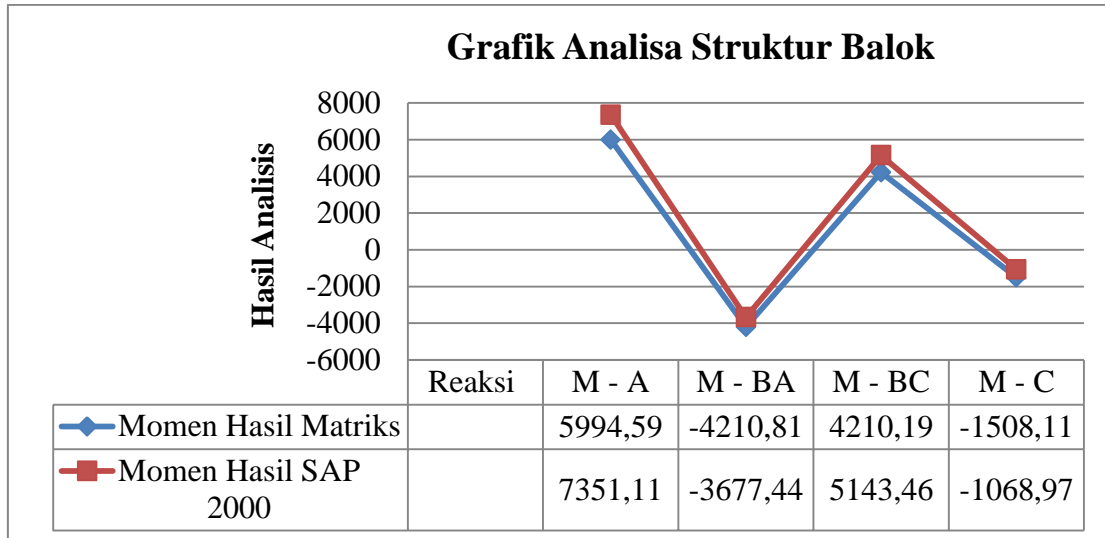
## DAFTAR PUSTAKA

- Dewobroto, Wiryanto. (2007). *Komputer Rekayasa Struktur dengan SAP 2000*. PT. AlexMedia Komputindo, Jakarta.
- Nasution, Amrinsyah. (2009). *Metode Matriks Kekakuan Analisis Struktur*. Institut Bandung, Bandung.
- Suhendro, Bambang. (2005). *Analisis Struktur Metode Matrix*. Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Gajah Mada, Yogyakarta.
- Supartono, dan Teddy Boen. (1980). *Analisa Struktur dengan Metode Matrix*. Fakultas Teknik, Universitas Indonesia, Jakarta
- Susastrawan. (1991). *Analisa Struktur dengan Cara Matriks*. Penerbit ANDI OFFSET, Yogyakarta.
- Zacoeb, Achfas. (2014). *Konsep Dasar Analisis Stuktur*. Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Brawijaya, Malang.

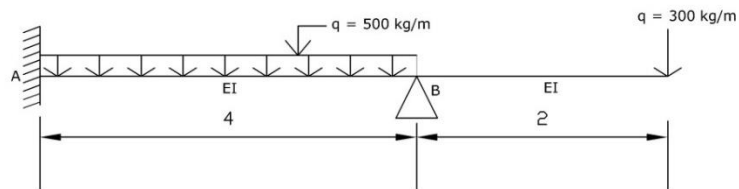
## LAMPIRAN



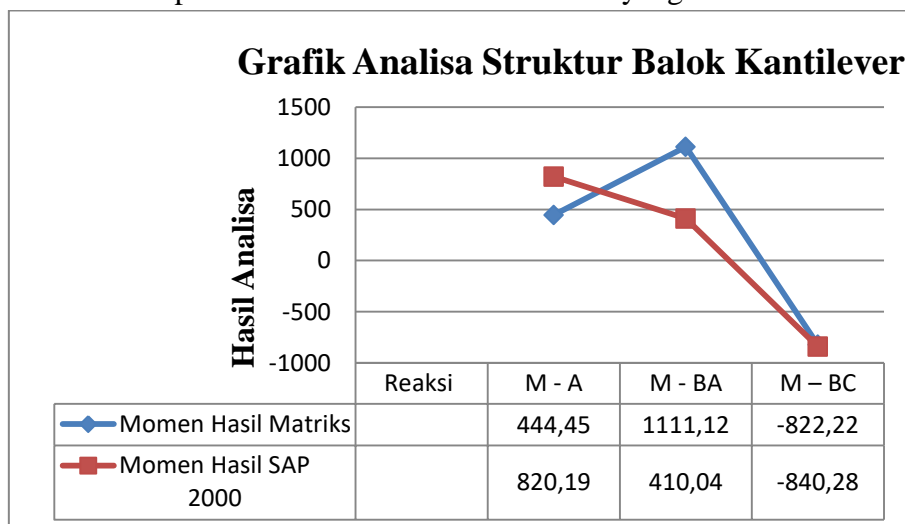
Lampiran 1. Struktur Balok yang dianalisa



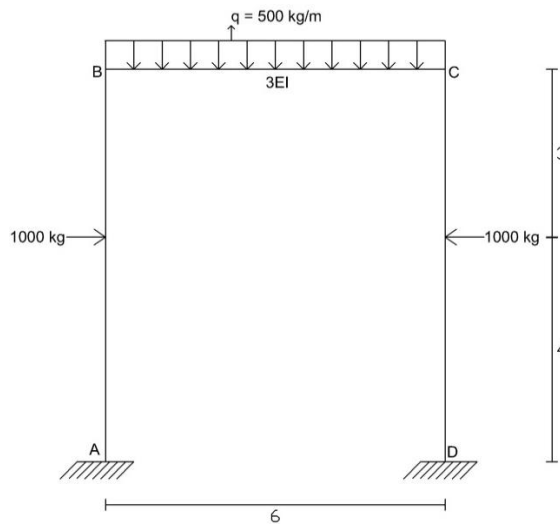
Lampiran 2. Grafik Analisa Struktur Balok



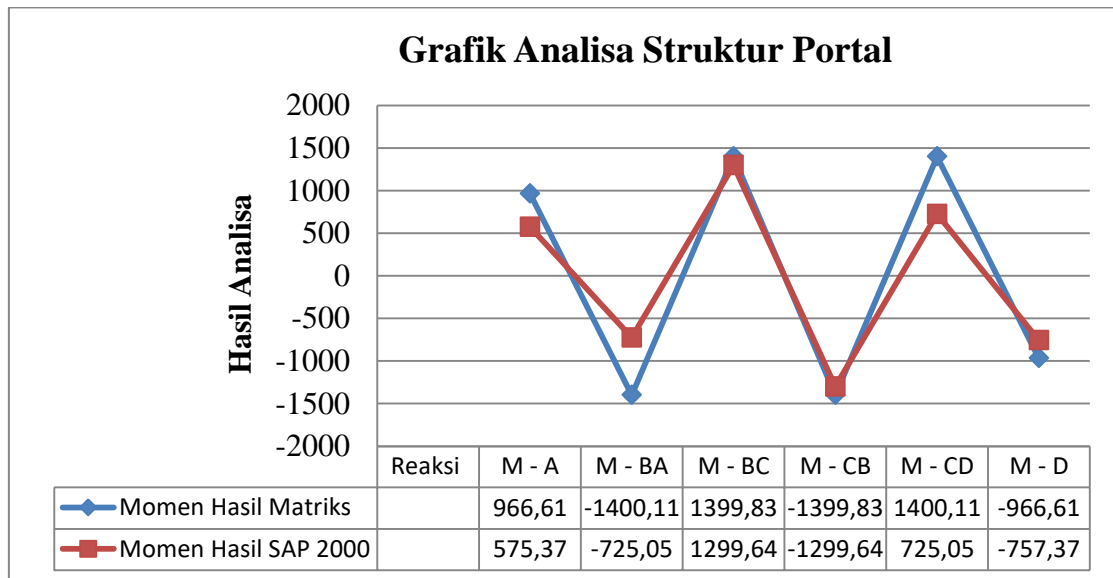
Lampiran 3. Struktur Balok Kantilever yang dianalisa



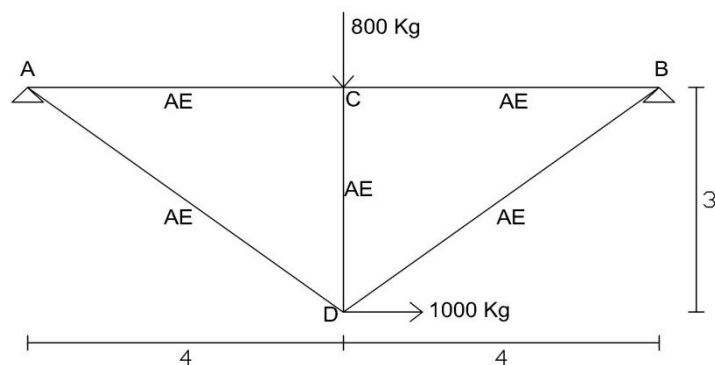
Lampiran 4. Grafik Analisa Struktur Balok Kantilever



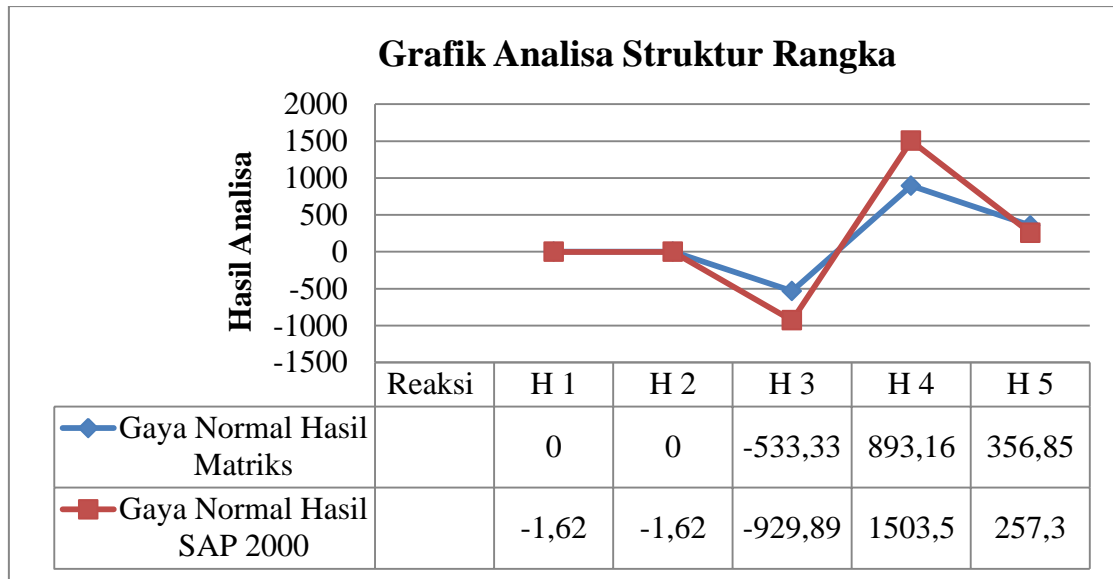
Lampiran 5. Struktur Portal yang dianalisa



Lampiran 6. Grafik Analisa Struktur Portal



Lampiran 7. Struktur Rangka yang dianalisis



Lampiran 8. Grafik Analisa Struktur Rangka

Model struktur yang dianalisis menggunakan metode matriks dengan SAP 2000 ini merupakan bentuk perbandingan yang akan menghasilkan selisih nilai dari kedua metode. Dengan adanya analisis dari metode matriks dengan SAP 2000 ini dapat digunakan sebagai acuan oleh para mahasiswa teknik sipil dan praktisi teknis, dan juga masyarakat umum dalam memilih metode perhitungan untuk merencanakan suatu struktur bangunan baik menggunakan metode manual maupun menggunakan aplikasi.

*Penyusun :*

**Subaidillah Fansuri**  
**Sukma Arfianti Rukmana**

ISBN : XXX-XXX-XXXXX-X-X

**PENERBIT : WIRARAJA PRESS**

Gedung Rektorat Lt 2

Jl. Raya Sumenep – Pamekasan KM. 05 Sumenep

Kotak Pos 69451

Telepon : (0328) 664 272

E-Mail : rektorat@wiraraja.ac.id

**Hak Cipta dilindungi Undang -Undang**

Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk dan dengan cara apapun, termasuk fotokopi, tanpa ijin tertulis dari penerbit